

Beiträge
zum
Kommutierungsproblem.

Von
Karl Waldmann.

Von der K. Technischen Hochschule zu München

zur

Erlangung der Würde eines Doktors der technischen
Wissenschaften (Doktor-Ingenieurs)

genehmigte

Dissertation.

Referent: Professor Johann Ossanna.

Korreferent: Professor Dr. Kurt Heinke.

Mit 13 Figurenblättern.

BERLIN 1907.

Verlag der Universitäts-Buchdruckerei von Gustav Schade (Otto Francke)

Liniestraße 158.

Beiträge
zum
Kommutierungsproblem.

Von
Karl Waldmann.

Von der K. Technischen Hochschule zu München

zur

Erlangung der Würde eines Doktors der technischen
Wissenschaften (Doktor-Ingenieurs)

genehmigte

Dissertation.



Referent: Professor Johann Ossanna.

Korreferent: Professor Dr. Kurt Heinke.

Mit 13 Figurenblättern.

BERLIN 1907.

Verlag der Universitäts-Buchdruckerei von Gustav Schade (Otto Francke)

Liniestraße 158.

Inhaltsangabe.

Vorliegende Arbeit versucht, einige Lücken auszufüllen, welche in der Literatur des Kommutierungsproblems noch vorhanden sind. Sie macht infolgedessen keinen Anspruch auf Einheitlichkeit oder Vollständigkeit, obwohl so ziemlich alle Haupt- und Nebenerscheinungen des Kommutierungsvorganges der Betrachtung unterzogen werden:

Nach kurzer Einleitung werden zunächst in Kap. I direkte experimentelle Untersuchungen über das Verhalten der kommutierenden Bürste gegenüber den raschen Änderungen der Stromdichte mitgeteilt.

Kap. II ist einer kurzen Diskussion des allgemeinen Falles der Kommutierung gewidmet, in welcher es gelingt, den Widerspruch der bisherigen Theorie mit den praktischen Erfahrungen bezüglich des Auftretens unendlich großer Stromdichte an der Ablaufkante zu beseitigen.

In Kap. III wird der bisher stark vernachlässigte Einfluß der Wicklungsart seinem Wesen nach festgelegt, während Kap. IV experimentelle Untersuchungen bringt über die sekundären Wirkungen der Kurzschlußströme (Strom- und Spannungsschwankungen einerseits sowie magnetische Wirkungen andererseits).

In Kap. V wird weiterhin der Einfluß der Nuten auf die Kommutierung theoretisch und experimentell untersucht und schließlich in Kap. VI ein zuverlässiger experimenteller Weg zur Ermittlung praktischer Kommutierungsbedingungen angegeben.

Als Anhang wird endlich in Kap. VII die Kommutierung von Wechselstrom kurzen theoretischen Betrachtungen unterworfen.

Der experimentelle Teil der Arbeit wurde im elektrotechnischen Institut der K. Technischen Hochschule München erledigt; ich bin den Herren Prof. G. Ossanna und Prof. Dr. Heinke für die lebenswürdige Überlassung der Hilfsmittel des Institutes zu großem Dank verpflichtet, den ich auch den Herren Assistenten Kelber und Vetter für ihre freundliche Hilfe bei den Versuchen abstatten möchte.

Einleitung.

Für den während der Kommutierungsperiode kurzgeschlossenen Stromkreis einer Ankerspule mögen folgende Bezeichnungen gebraucht werden:

- e = von außen wirksame E.M.K.,
- i_k = Kurzschlußstrom der Spule (Spulenstrom),
- i_1, i_2 = Ströme, welche durch die zur betrachteten Spule gehörigen Lamellen zur Bürste abgeleitet werden (Lamellenströme),
- P_1, P_2 = Spannungsdifferenzen zwischen diesen Lamellen und der Bürste,
- L = Selbstinduktionskoeffizient der Ankerspule,
- r_s = Ohmscher Widerstand der Spule,
- r_v = Ohmscher Widerstand einer Verbindungsleitung von der Spule zum Kommutator,
- T = Kurzschlußzeit,
- i_a = Strom pro Ankerzweig,
- F = Auflagefläche der Bürste,
- s_u = Momentanwert der Stromdichte unter der Bürste,
- s_{um} = algebraischer Mittelwert der zeitlich und örtlich unter der Bürste variierenden Stromdichten,
- s_{ueff} = effektiver Mittelwert dieser Stromdichten,
- f_u = Formfaktor der Stromverteilung unter der Bürste,
- P_m = galvanometrischer Mittelwert des Spannungsabfalles unter der Bürste,
- P_{eff} = Effektivwert dieses Spannungsabfalles,
- R_u = Momentanwert des Übergangswiderstandes der Kohlenbürste,
- R_{um} = galvanometrischer Mittelwert des Übergangswiderstandes der Kohlenbürste,
- b = Bürstenbreite,
- β = Lamellenbreite.

Als „ideale Kommutierung“ muß jene betrachtet werden, welche den Spulenstrom (i_k) geradlinig von dem Werte $+ i_a$ bis zu dem Werte $- i_a$ ändert (siehe Fig. 2), denn dann sind bekanntlich die Verluste unter der Bürste ein Minimum, der Spannungsabfall unter der Bürste ist an allen Stellen der gleiche und konstant, so daß keinerlei Ursache zu Funkenbildung vorhanden ist, und durch die Kommutierung keinerlei Schwankungen der erzeugten Gleichstromspannung entstehen können.

Der Einfluß des Übergangswiderstandes ist in dieser Hinsicht ein günstiger, denn, nimmt man an, daß alle anderen E.M.K.K. außer derjenigen des Übergangswiderstandes $= 0$ seien, d. h. daß alle gleichzeitig im Kurzschluß befindlichen Lamellen dasselbe Potential besitzen, so wird der von einer Lamelle zur Bürste fließende Strom in jedem Augenblicke proportional der Berührungsfläche zwischen Lamelle und Bürste sein, und der Strom wird demgemäß in den Ankerspulen geradlinig gewendet (siehe Fig. 2), während der Lamellenstrom den in Fig. 3 gezeichneten zeitlichen Verlauf nimmt¹⁾.

Ist nun neben dem Übergangswiderstand noch die Selbstinduktion der Ankerspule vorhanden, so wird bei geradliniger Kommutierung in der Spule in jedem Augenblicke eine E.M.K. induziert werden:

$$e_s = - L \cdot \frac{di_k}{dt} = - \frac{2 i_a \cdot L}{T}.$$

Soll also trotz dieser Gegen-E.M.K. geradlinig kommutiert werden, so muß in der Spule von außen her eine E.M.K. (z. B. durch Rotation derselben in einem entsprechenden Felde) induziert werden, welche konstant ist und eine Größe

$$e_{Rc} = - e_s = \frac{2 i_a \cdot L}{T}$$

besitzen muß.

¹⁾ Zum Verständnis dieser Figur sei bemerkt, daß, um den zeitlichen Verlauf des Lamellenstromes sowie der Stromdichte unter der Lamelle und des Spannungsverlustes zwischen Lamelle und Bürste darstellen zu können, im folgenden alle diese auf eine Lamelle bezüglichen Größen in den Diagrammen senkrecht unter der Eintrittskante der betreffenden Lamelle aufgetragen werden. In der Fig. 3 ist also beispielsweise der Strom i_1 der Lamelle 1 senkrecht unter der Eintrittskante a dieser Lamelle durch die Strecke AB und analog der Lamellenstrom i_2 durch die Strecke CD dargestellt.

Diese Spannung kann als „ideale Wendespannung“ bezeichnet werden (Fig. 5). Berücksichtigt man noch den Ohmschen Spannungsabfall e_r (Fig. 6) der Spule sowie den Ohmschen Spannungsabfall e_v (Fig. 7) in den Verbindungsdrähten, so muß die totale äußere E.M.K. e den in Fig. 8 gezeichneten Verlauf nach einer gebrochenen Linie nehmen, wenn sich die Stromwendung geradlinig vollziehen soll.

Im allgemeinen wird nun die in der Spule induzierte E.M.K. e nicht nach dieser gebrochenen Linie verlaufen, sondern von derselben sehr beträchtlich abweichen. Es kann dann auch die Bürste keine Fläche konstanten und gleichen Potentials mehr sein, denn die Stromdichte und damit auch der Spannungsabfall wird zeitlich und örtlich unter der Bürste variieren.

Es fragt sich daher zunächst, welcher Zusammenhang zwischen den Momentanwerten der Stromdichte und jenen des Spannungsabfalles besteht.

I. Verhalten der Kohlenbürsten.

A. Der Übergangswiderstand.

Bekanntlich zeigen Kohlenbürsten, welche hier vornehmlich in Betracht kommen, ein sehr verschiedenes Verhalten bezüglich des Spannungsabfalles an der Übergangsstelle, je nachdem man durch dieselben Gleichstrom oder Wechselstrom schickt. Diesbezüglich liegt eine eingehende Arbeit von Dr. M. Kahn¹⁾ vor, deren Resultate wohl als bekannt vorausgesetzt werden können.

Meines Wissens ist aber noch nie durch direkte Messungen der Zusammenhang zwischen den Momentanwerten der Stromdichte und jenen des Spannungsabfalles unter der kommutierenden Bürste ermittelt worden; die in diesem Kapitel wiedergegebenen Versuche bezweckten daher diesen Zusammenhang

¹⁾ Sammlung elektrotechn. Vorträge, Bd. 3, H. 12.

bei den unter der Bürste einer Gleichstrommaschine außerordentlich rasch vor sich gehenden Änderungen der Stromdichte zu untersuchen.

Es mußten zu diesem Zwecke gleichzeitig die Momentanwerte der Stromdichte (d. h. also jene des Lamellenstromes) sowie die zugehörigen Momentanwerte des Spannungsabfalles gemessen werden.

Dies wurde ermöglicht durch die Verwendung der auf Fig.-Bl. 2 (Fig. 9) angegebenen **Schaltungen**. Die Messungen selbst wurden an einer als rotierender Umformer ausgebildeten Gleichstrommaschine von normal 5 K.W. 220 Volt, 1500 Touren ausgeführt.

In die Ankerwicklung derselben waren (siehe Fig. 10) zwei Nickelinwiderstände von je ca. 0,001 Ohm¹⁾, W_1 und W_2 , eingebaut worden, und zwar der Widerstand W_1 in die Ankerspule S_1 , der Widerstand W_2 in den zur Lamelle L_2 führenden Verbindungsdraht. Von den Enden des Widerstandes W_1 führten zwei Zuleitungen zu den Schleifringen r_3 und r_4 , während Widerstand W_2 mit den Schleifringen r_1 und r_2 verbunden war.

Es war daher möglich, die Momentanwerte des Spulen- und des Lamellenstromes unter Verwendung einer Joubertschen Scheibe und eines Kondensators nach bekannter Methode zu messen, indem der Kondensator unter Zwischenschaltung der Joubertschen Scheibe, z. B. an die Schleifringe r_1 und r_2 , angeschlossen, eine Zeitlang mit einer dem Momentanwert des Lamellenstromes proportionalen Spannung geladen und dann in das Galvanometer entladen wurde.

Da diese Größen während der Kurzschlußdauer außerordentlich rasch variieren, mußte der Kontakt an der Joubertschen Scheibe sehr präzise erfolgen und jede Vibration der Kontaktfeder sorgfältig vermieden werden. Die Verstellung dieser Feder, deren Kontakte aus Platin hergestellt waren, erfolgte mittels Mikrometerschraube. Da ferner die den Strömen proportionalen Spannungen sehr klein waren, mußte zur Erzielung genügend großer Galvanometerausschläge ein verhältnis-

¹⁾ Die Widerstände wurden so klein gewählt, damit jede Beeinträchtigung der Kommutierung durch dieselben ausgeschlossen war.

mäßig großer Kondensator von 5 Mfd. verwendet werden, was wieder zur Folge hatte, daß dessen Ladezeit bis zur vollständigen Aufladung ca. 15 sec betrug, weil auch die Ladezeit pro Umdrehung sehr klein gewählt werden mußte. Für jeden aufgenommenen Stromwert wurde daher der Kondensator 20 " geladen und dann mittels Umschalter in das Galvanometer entladen.

Die Eichung dieser Strommessung erfolgte dadurch, daß Gleichstrom bekannter Größe durch den Nickelinwiderstand geschickt wurde; sie ergab linearen Zusammenhang zwischen dem Ausschlage des Galvanometers und dem zu messenden Stromwerte.

In ähnlicher Weise wurden mittels der Joubertschen Scheibe und eines Kondensators von maximal 0,7 Mfd. auch die Spannungsdifferenzen zwischen Lamelle und Bürste gemessen, indem die Spannungsmeßleitung einerseits an den Schleifring r_1 , der direkt mit der Lamelle L_2 verbunden ist, und andererseits an die Stromabnahmestelle der zu untersuchenden Bürste B (siehe Fig. 9) angeschlossen wurde. Es wurde also auf diese Weise nicht nur der Spannungsverlust an der Übergangsstelle gemessen, sondern zu diesem Spannungsabfall addierte sich noch der Leitungsverlust in der Bürste von der Übergangs- bis zur Stromabnahmestelle der Bürste. Dieser Leitungsverlust, der nur unbedeutend ist, läßt sich jedoch, wie weiter unten gezeigt wird, leicht eliminieren. Die Eichung der Spannungsmessung erfolgte wieder vermittelt bekannter Gleichstromspannung und ergab ebenfalls linearen Zusammenhang zwischen dem zu messenden Spannungswerte und dem Galvanometerausschlage.

Alle Versuche wurden bei 1200 Touren, d. h. bei einer Kollektorumfangsgeschwindigkeit von 10,1 m/sec durchgeführt. Das Gelingen derselben hing natürlich wesentlich davon ab, daß während einer Messung die Versuchsbedingungen konstant blieben, und daß vor allem die zu untersuchende Bürste überall gleichmäßig und vibrationsfrei auflag, was anfänglich einige Schwierigkeiten bereitete. Bei den verschiedenen Versuchen lagen die Bürsten in der Rotationsrichtung mit verschiedener Breite auf. Um außerdem die Stromdichten innerhalb möglichst weiter Grenzen variieren zu können, lagen teils pro Bolzen

2 Bürsten auf, teils war nur 1 vorhanden. Um auch den Einfluß der Polarität festzustellen, wurde dieselbe Bürste teils als positive, teils (nach Stromumkehr in der Feldwicklung) als negative Bürste untersucht. Erwähnt möge noch werden, daß bei den Versuchen Le Carbone-Kohlen Marke Z verwendet wurden.

Die Resultate der auf dieser Grundlage durchgeführten Versuche sind in den Kommutierungsdiagrammen I—V niedergelegt, die an Hand des Diagrammes I (Fig.-Bl. 3) zunächst erläutert werden sollen.

Auf diesem Blatte enthält Fig. 11 die eigentlichen Kommutierungsdiagramme, d. h. es sind in Abhängigkeit von der Zeit resp. von der Stellung des Kontaktes der Joubertschen Scheibe die Momentanwerte der Spulen- und der Lamellenströme aufgetragen: Punktweise sind direkt durch den Versuch ermittelt die Kurven des Spulenstromes i_{k_1} und jene des Lamellenstromes i_2 (vergl. Fig. 10), während die ebenfalls eingetragenen Werte des Spulenstromes i_{k_2} sich aus der Gleichung: $i_{k_2} = i_{k_1} - i_{k_2}$ berechneten, und analog die Werte des Lamellenstromes i_3 aus der Beziehung $i_3 = i_{k_2} - i_{k_3}$ gefunden wurden unter der weiter unten (siehe S. 12) als richtig bewiesenen Annahme, daß die Kurzschlußkurve des Stromes i_{k_3} denselben Verlauf nehme wie jene des Stromes i_{k_1} und gegen diese nur zeitlich, entsprechend zwei Lamellenteilungen, verschoben sei.

Bei Betrachtung der Fig. 11 fällt sofort auf, daß die beiden Kurzschlußstromkurven i_{k_1} und i_{k_2} sehr verschieden voneinander sind, ebenso wie die Lamellenstromkurven i_2 und i_3 . Es sei hier vorläufig nur kurz erwähnt, daß die Ursache dieser Verschiedenheiten in der Anordnung von 4 Leitern pro Nut zu suchen ist, und daß in Kapitel V auf diesen Einfluß der Nuten näher eingegangen wird.

Bezüglich des Bürstenübergangswiderstandes interessiert von den Kurven der Fig. 11 zunächst nur die Kurve des Lamellenstromes i_2 , aus welchen rechnerisch die Momentanwerte der unter Lamelle 2 vorhandenen Stromdichte s_{u_2} unter Berücksichtigung der momentanen Größe der Berührungsfläche zwischen Bürste und Lamelle leicht gefunden werden können.

Diese Werte von s_{u_2} sind senkrecht unter Fig. 11 in Fig. 12 ebenfalls abhängig von der Zeit aufgetragen, und gleichzeitig sind in Fig. 12 die experimentell ermittelten Momentanwerte P_2

des Spannungsabfalles zwischen Lamelle 2 und Bürste eingezeichnet, so daß aus Fig. 12 die zusammengehörigen Momentanwerte des Spannungsabfalles P_2 und der Stromdichte s_{u_2} entnommen und in Fig. 13 diese beiden Größen in der Abhängigkeit $P_2 = f(s_{u_2})$ dargestellt werden konnten.

Infolge des schon auf S. 9 erwähnten Leitungswiderstandes der Kohle von der Übergangs- bis zur Stromabnahmestelle geht in Fig. 13 die Kurve $P = f(s_u)$ zunächst nicht durch den Koordinatenursprung hindurch, sondern einem Momentanwerte der Stromdichte gleich Null entspricht ein gemessener Spannungswert gleich diesem Leitungsverluste, welcher auf diese Weise bestimmt ist und demnach von allen Momentanwerten des Spannungsabfalles subtrahiert werden muß, um den Zusammenhang zwischen den Momentanwerten der Stromdichte und jenen des Übergangsspannungsverlustes allein zu erhalten (gestrichelte Kurven).

In Fig. 13 ist außerdem noch eingezeichnet die Kurve der Momentanwerte des spezifischen Übergangswiderstandes

$$R_u = \frac{P_2}{s_{u_2}} \text{ (Ohm} \times \text{cm}^2\text{)}$$

in Abhängigkeit von den Momentanwerten der Stromdichte s_{u_2} .

Das Kommutierungsdiagramm I enthält schließlich Angaben über die bei dem Versuche vorhandene Belastung der Maschine sowie über die unter der Bürste vorhandene effektive Stromdichte $s_{u \text{ eff}}$, welche aus den ebenfalls experimentell aufgenommenen, jedoch nicht reproduzierten Bürstenpotentialkurven nach der von Prof. Arnold angegebenen Methode ermittelt wurde.

In der Anordnung entsprechen die weiteren Kommutierungsdiagramme II—V ganz dem Diagramme I. Nur bezüglich des Diagrammes II, siehe Fig. 15, ist zu erwähnen, daß nicht nur die Momentanwerte des Spannungsabfalles P_2 , sondern auch jene des Spannungsabfalles P_3 zwischen Lamelle 3 und Bürste experimentell ermittelt wurden. Es geschah dies nur, um einmal festzustellen, daß Lamelle 1 und Lamelle 3 einen nach der gleichen Kurve verlaufenden Lamellenstrom führen, d. h. also um nachzuweisen, daß die durch die Anordnung von 4 Leitern pro Nut bedingte Verschiedenheit der Lamellenströme wirklich

periodisch wiederkehrt. Dieser Nachweis ist dadurch erbracht, daß die Kurve des Spannungsabfalles P_3 der Form nach identisch ist mit jener des Spannungsabfalles P_1 , welche sich aus dem Lamellenstrom i_1 ergibt.

Behufs Diskussion der Versuchsergebnisse bezüglich des Übergangswiderstandes der Kohlenbürsten mögen nun die Kurven der Fig. 13 betrachtet werden. Dieselben zeigen, daß die Stromdichte bis zu dem Werte von ca. 25 Amp/cm² dem Spannungsabfall nahezu proportional ist, und daß dementsprechend bis zu dieser Stromdichte der Übergangswiderstand mit zunehmender Stromdichte zwar etwas abnimmt, aber sich nicht sehr beträchtlich ändert; er beträgt beispielsweise bei $s_u = 5$ Amp/cm²: $R_u = 0,077 \text{ Ohm} \times \text{cm}^2$ und bei $s_u = 20$ Amp/cm²: $R_u = 0,067 \text{ Ohm} \times \text{cm}^2$.

Erst von einer Stromdichte größer als ca. 25 Amp/cm² ab nehmen Spannungsabfall und Übergangswiderstand rasch zu, was davon herrührt, daß dann die Funkengrenze überschritten wird. Da bezüglich der letzteren ausführlichere Betrachtungen noch weiter unten folgen, sei hier nur das Verhalten der Kohle innerhalb der Funkengrenze erörtert. Die Figuren 16, 19, 22 und 25 der Kommutierungsdiagramme Π —V stimmen bezüglich des Charakters der Kurven $P = f(s_u)$ und $R_u = f(s_u)$ alle miteinander überein, und es ergibt sich demnach als erstes Gesetz folgendes:

I. Innerhalb der Funkengrenze ändern sich bei einer bestimmten effektiven Stromdichte die Momentanwerte des Übergangsspannungsverlustes in nahezu linearer Abhängigkeit mit den Momentanwerten der Stromdichte, d. h. der spez. Übergangswiderstand F_u nimmt mit abnehmender Stromdichte zwar etwas ab, kann aber mit genügender Genauigkeit bei einer bestimmten effektiven Stromdichte als konstant angenommen werden:

$$R_u \approx \text{const} = R_{um}; \quad P = R_{um} \cdot s_u.$$

Vergleicht man nun weiter die Werte des mittleren spez. Übergangswiderstandes R_{um} der Kommutierungsdiagramme I bis V miteinander, so findet man, daß derselbe sowohl von der Stromrichtung als auch von der Größe der effektiven Stromdichte unter der Bürste abhängig ist.

Es ist unter der positiven Bürste bei

Kommutierungsdiagramm	IV	V	VII ¹⁾	
die effektive Stromdichte $s_{u\text{eff}}$	6,7	8,0	13,2	Amp/cm ²
der mittlere Übergangswiderstand R_{um}	0,17	0,15	0,093	Ohm $\times$ cm ²
das Produkt $R_{um} \times s_{u\text{eff}}$	1,15	1,20	1,20	Volt

Ferner unter der negativen Bürste bei

Kommutierungsdiagramm	I	II	III	VI ¹⁾	
die effektive Stromdichte $s_{u\text{eff}}$	12,5	10,3	8,2	4,2	Amp/cm ²
der mittlere Übergangswiderstand R_{um}	0,07	0,09	0,115	0,02	Ohm $\times$ cm ²
das Produkt $R_{um} \times s_{u\text{eff}}$	0,875	0,93	0,94	0,84	Volt

Diese Veränderlichkeit des mittleren Übergangswiderstandes mit der effektiven Stromdichte zeigen in übersichtlicher Weise die Figuren 26 und 27, in welchen für beide Stromrichtungen die Kurven $P = f(s_u)$ der Kommutierungsdiagramme I bis VII nochmals zusammen eingezeichnet sind, und in welchen die gestrichelten Kurven den Zusammenhang zwischen P_{eff} und $s_{u\text{eff}}$ darstellen.

Aus obigen Tabellen geht nun hervor, daß für jede Stromrichtung das Produkt $R_{um} \times s_{u\text{eff}}$ nahezu konstant ist. Da wir aber nach dem I. Gesetze innerhalb der Funkengrenze $P_u \propto R_{um} \cdot s_u$ und also auch $R_{um} \cdot s_{u\text{eff}} = P_{\text{eff}}$ gleich dem Effektivwert des Spannungsabfalles unter der Bürste setzen können, ergeben die Versuche folgendes weitere Gesetz:

II. Bei der gleichen Stromrichtung ist innerhalb der Funkengrenze der Effektivwert des Spannungsabfalles unter der Bürste eine nahezu konstante Größe und unabhängig von der Strombelastung der Bürste, d. h. unabhängig von der unter der Bürste vorhandenen effektiven Stromdichte.

Als III. Gesetz kommt für den Spannungsabfall dann noch hinzu:

¹⁾ Kommutierungsdiagramme VI und VII sind hier als weniger interessant nicht reproduziert.

III. Die Größe des effektiven Spannungsabfalles ist abhängig von der Stromrichtung, und zwar ist der Spannungsverlust unter der positiven Bürste (d. h. bei der Stromrichtung Metall—Kohle) größer wie bei der umgekehrten Stromrichtung unter der negativen Bürste.

Vorstehenden Versuchen über den Übergangswiderstand der Kohlenbürsten fehlt die Vollständigkeit — sie wurden nur bei einem Bürstenaufgelegedruck und bei einer Kohlensorte (Le Carbone Z) durchgeführt, und der Einfluß der Temperatur wurde nicht ermittelt —; da sie jedoch im wesentlichen mit den durch Wechselstromuntersuchung festgestellten Resultaten des Hrn. Dr. Kahn übereinstimmen, erscheint es zulässig, alle dort gefundenen Resultate auch für die kommutierende Bürste zu verallgemeinern.

B. Die Funkengrenze.

Für die Kommutierungseigenschaften einer Kohlensorte ist nicht allein der effektive Spannungsverlust maßgebend, sondern mehr noch jene Spannung, bei welcher die Kohle beginnt zu funken, d. h. die Funkengrenze.

Bezüglich derselben ist es vor allem wichtig zu wissen, ob sie bei allen Belastungen resp. effektiven Stromdichten konstant ist, oder ob sie sich mit der effektiven Stromdichte ändert.

A priori kann man hier folgende Betrachtungen anstellen:

Zur Funkenbildung ist Energie nötig, d. h. überschreitet der Energieverlust pro cm^2 beispielsweise an der Ablaufkante eine bestimmte Größe, so treten an dieser Kante Funken auf. Dieser Wattverlust pro cm^2 ist nun:

$$W/\text{cm}^2 = P \cdot s_u.$$

Zwischen P und s_u besteht aber nach den vorangegangenen Untersuchungen ungefähr die Beziehung:

$$P = \frac{P_{\text{eff}}}{s_{u \text{ eff}}} \cdot s_u,$$

d. h.

$$W/\text{cm}^2 = P^2 \cdot \frac{S_{u\text{eff}}}{P_{\text{eff}}},$$

wobei P_{eff} ein näherzu konstanter Wert ist.

Könnte man also annehmen, daß die Funkengrenze dann erreicht wird, wenn dieser Wattverlust eine bestimmte Grenze W_{FK} pro cm^2 erreicht, so würde sich für den Spannungsverlust P_{fK} an der Funkengrenze ergeben:

$$W_{FK}/\text{cm}^2 = P_{fK}^2 \times \frac{S_{u\text{eff}}}{P_{\text{eff}}}$$

oder:

$$P_{fK} = \sqrt{W_{FK}/\text{cm}^2} \times \sqrt{\frac{P_{\text{eff}}}{S_{u\text{eff}}}} = \frac{\text{Konstante}}{\sqrt{S_{u\text{eff}}}},$$

d. h. die Spannungsfunkengrenze muß um so niedriger liegen, je größer die effektive Stromdichte unter der Bürste ist.

Da nun aber die Untersuchung des Spannungsabfalles unter der Bürste ergeben hat, daß bei Annäherung an die Funkengrenze der Spannungsverlust viel rascher ansteigt als die Stromdichte, so wird die Spannungsfunkengrenze sich mit der effektiven Stromdichte nicht so stark ändern können, als es die im vorstehenden abgeleitete Formel verlangt.

Folgende Versuche ergeben ein mit diesen Überlegungen übereinstimmendes Resultat.

Es wurde an der auch für die Untersuchung des Spannungsabfalles verwendeten Maschine an der Ablaufkante seitlich von der Hauptbürste eine kleine Hilfsbürste angebracht, und mittels des Oszillographen wurden dann die Momentanwerte des Spannungsabfalles an der Ablaufkante aufgenommen, indem der Oszillograph zwischen Haupt- und Hilfsbürste eingeschaltet wurde.

Zunächst wurden dann bei Leerlauf die Bürsten so weit gegen den Drehsinn zurückgeschoben, daß an der Ablaufkante die Funkengrenze (also bei Unterkommutierung!) eben erreicht war. Diese Einstellung auf Funkengrenze erfolgte nach Augenmaß, so zwar, daß jeweils ganz kleine gleichmäßige Funken an der Ablaufkante beobachtet wurden.

Dann wurde die Maschine als Generator sukzessive belastet, und mit zunehmender Belastung wurden die Bürsten stets so weit im Drehsinn vorgeschoben, bis immer wieder die

Funkengrenze erreicht war. Für die auf diese Weise eingestellten Fälle wurde je ein Oszillogramm der Momentanwerte der Ablaufspannung aufgenommen, und es ergab sich auf diese Weise der Wert der jeweiligen Spannungsfunkengrenze als der im Oszillogramm vorkommende Maximalwert der Ablaufspannung.

Dieselbe Hauptbürste wurde durch Umkehrung der Feldstromrichtung sowohl als positive Bürste (Stromrichtung an der Ablaufkante Metall—Kohle) als auch als negative Bürste (Stromrichtung Kohle—Metall) untersucht.

Für die einzelnen Belastungen wurden die effektiven Stromdichten nach bekannter Methode aus den gleichzeitig aufgenommenen Arnoldschen Bürstenpotentialkurven ermittelt.

Die Ergebnisse dieser Versuche sind nach den Diagrammen Fig. 28 und 29 die folgenden:

1. Die Spannungsfunkengrenze nimmt mit zunehmender Größe der effektiven Stromdichte ab.

2. Die Funkengrenze liegt bei der Stromrichtung Kohle — Metall niedriger als bei der umgekehrten Stromrichtung.

Diese letztere Erscheinung ist ja bereits allgemein bekannt, denn stets beobachtet man, daß bei Belastung die negativen Bürsten zuerst feuern.

C. Der Querwiderstand.

Bei modernen Kohlsorten bestrebt man sich, auch den Leitungswiderstand der Kohle für die Kommutierung nützlich zu verwerten, indem man den Querwiderstand der Bürste (gemessen tangential zum Kommutator) möglichst groß gegenüber dem Längswiderstand der Kohle (gemessen radial vom Kommutator) zu machen sucht. Neuerdings kommen z. B. Kohlsorten in den Handel, bei welchen der Querwiderstand das 10—15 fache des Längswiderstandes beträgt, und es gelingt tatsächlich, mit diesen Kohlen die Kommutierung wesentlich zu verbessern. Ich konnte beispielsweise beobachten, daß solche Bürsten an der gleichen Maschine besser kommutierten wie gewöhnliche Kohlen, obwohl die letzteren den größeren Übergangswiderstand besaßen.

D. Einfluß der Temperatur auf die Kommutierungseigenschaften von Kohlenbürsten.

Dieser Einfluß ist bei den vorangegangenen Untersuchungen nicht berücksichtigt, weil die Temperatur des außerordentlich reichlich bemessenen Kommutators bei allen Versuchen nahezu konstant war und nur zwischen 32° und 38° schwankte. Bezüglich des Einflusses der Temperatur auf den Übergangswiderstand sei auf die Versuche von Prof. Arnold (E.T.Z. 1907) verwiesen. Es ist jedoch wahrscheinlich, daß die Temperatur einen direkten Einfluß auch auf die Größe der Funkengrenze hat.

Für die Beurteilung der Kommutierungseigenschaften der Kohlen kommen also nach den vorangegangenen Untersuchungen in Betracht:

1. die absolute Größe des effektiven Übergangsverlustes P_{eff} sowie die Verschiedenheit desselben bei beiden Polaritäten,
2. die absolute Größe der Spannungsfunkengrenze in ihrer Abhängigkeit von der unter der Bürste vorhandenen effektiven Stromdichte für beide Polaritäten,
3. das Verhältnis der Spannungsfunkengrenze zum effektiven Übergangsverlust,
4. das Verhältnis des Längswiderstandes der Kohle zum Querwiderstand,
5. der Einfluß der Temperatur auf alle oben genannten Größen.

Da der Einfluß dieser einzelnen Größen auf die totalen kommutierenden Eigenschaften einer Kohlensorte schwer zu ermitteln ist, ist man zur Feststellung dieser Eigenschaften auf direkte vergleichende Versuche an Maschinen angewiesen, wie solche für die Ermittlung der Kommutierungsgrenzen in Kap. VI angegeben sind.

II. Diskussion des allgemeinen Falles der Kommutierung.

Vernachlässigt man den Querwiderstand der Kohlenbürsten, so stehen die einzelnen Kommutierungsgrößen in jedem Augenblicke zueinander in Beziehung durch die Gleichung:

$$e - L \cdot \frac{di_k}{dt} = P_2 - P_1 + i_2 r_v - i_1 r_v + i_k \cdot r_s$$

unter der Annahme, daß keinerlei gegenseitige Induktion der gleichzeitig im Kurzschluß befindlichen Spulen vorhanden ist.

Es können nun die Ohmschen Widerstände meist vernachlässigt werden, und es vereinfacht sich dann die Gleichung:

$$e - L \cdot \frac{di_k}{dt} = P_2 - P_1.$$

Da nun

$$P_1 = R_{um} \cdot s_{u_1} \quad \text{und} \quad P_2 = R_{um} \cdot s_{u_2}$$

ist, wird:

$$e - L \cdot \frac{di_k}{dt} = R_{um} (s_{u_2} - s_{u_1}).$$

Betrachten wir zunächst den Moment des Beginnes des Kurzschlusses, der durch den Index 0 bezeichnet werden möge, so ist in diesem Augenblicke an der auflaufenden Lamelle eine Stromstärke $i_0 = di_{k_0}$ vorhanden, während die Auflagefläche $= dF = \frac{F}{T} \cdot dt$ ist, wenn F die gesamte der totalen Kurzschlußzeit T entsprechende Auflagefläche ist.

Die Stromdichte an der auflaufenden Bürstenkante zu Beginn des Kurzschlusses ist daher

$$s_{u_0} = \frac{di_{k_0}}{dt} \cdot \frac{T}{F}$$

und der zugehörige Spannungsabfall:

$$P_0 = R_{um} \cdot \frac{di_{k_0}}{dt} \cdot \frac{T}{F}.$$

Die zweite, zum Kurzschluß der betrachteten Ankerspule befindet sich schon während einer, der Lamellenbreite β entsprechenden Zeit im Kurzschluß und besitzt der Bürste gegenüber ein Potential, das wir zunächst nicht kennen und daher mit P_x bezeichnen wollen.

Es gilt dann für den Beginn des Kurzschlusses:

$$e_0 - L \cdot \frac{di_{k_0}}{dt} = P_0 - P_x.$$

Da nach der oben abgeleiteten Gleichung für P_0 sich ergibt:

$$\frac{di_{k_0}}{dt} = \frac{P_0}{R_{um}} \cdot \frac{F}{T},$$

wird:

$$P_0 \left(1 + \frac{L}{T} \cdot \frac{F}{R_{um}} \right) = e_0 + P_x.$$

Multipliziert man Zähler und Nenner des Ausdruckes

$$\frac{L}{T} \cdot \frac{F}{R_{um}}$$

mit $2i_a$, so ist

$$\frac{L}{T} \cdot 2i_a = e_{Rc} = \text{ideale Wendespannung}$$

und

$$\frac{2i_a \cdot R_{um}}{F} = s_{um} \cdot R_{um} = P_m = \text{mittlerer Spannungsabfall},$$

d. h. es wird

$$P_0 \left(1 + \frac{e_{Rc}}{P_m} \right) = e_0 + P_x$$

$$P_0 = \frac{e_0 + P_x}{1 + \frac{e_{Rc}}{P_m}}.$$

P_x ist im allgemeinen nicht bekannt und daher auch P_0 nicht ohne weiteres zu berechnen, außer wenn die Bürstenbreite kleiner als eine Lamellenteilung wird. In diesem Falle führt in dem Augenblick des Auflaufens der einen Lamelle die

andere den gesamten Strom, und es herrscht daher unter dieser Lamelle im betrachteten Momente der mittlere Spannungsabfall P_m , d. h.:

$$\text{für } b < \beta: P_0 = \frac{e_0 + P_m}{1 + \frac{e_{Rc}}{P_m}},$$

oder wenn man noch den Begriff der zusätzlichen E.M.K. einführt:

$$e_{z_0} = e_0 - e_{Rc},$$

wird

$$\text{für } b < \beta: P_0 = P_m + \frac{e_{z_0}}{1 + \frac{e_{Rc}}{P_m}},$$

welche Gleichung jedoch falsch wird, sobald die Bürstenbreite größer als die Lamellenbreite ist.

Ganz in der gleichen Weise lassen sich die Beziehungen für den letzten Moment des Kurzschlusses ableiten.

Die ablaufende Lamelle befindet sich dann während einer der Bürstenbreite plus Lamellenbreite entsprechenden Zeit unter der Bürste; die **Ablaufspannung** werde daher mit $P_{b+\beta}$ bezeichnet. Die zweite, zum Kurzschluß der betrachteten Spule gehörige Lamelle dagegen ist erst seit einer, der Bürstenbreite entsprechenden Zeit unter der Bürste und besitzt ein Potential P_b gegenüber der Bürste. Diese Spannungsdifferenz ist im allgemeinen wieder nicht bekannt und sei daher mit P_y bezeichnet (siehe Fig. 4a).

Es ermittelt sich dann die **Ablaufspannung**:

$$[\text{für } b > \beta]: P_{b+\beta} = \frac{P_y - e_T}{1 - \frac{e_{Rc}}{P_m}}.$$

Ist $b < \beta$, so wird $P_y = P_m$, und die Ablaufspannung ist dann berechenbar nach der Gleichung:

$$[\text{für } b < \beta]: P_{b+\beta} = P_m - \frac{e_{zT}}{1 - \frac{e_{Rc}}{P_m}},$$

wobei e_{zT} wieder die „zusätzliche Spannung“, die in der Spule bei Beendigung des Kurzschlusses wirksam ist, bezeichnet.

Aus diesen Betrachtungen folgt also, daß die Auflaufspannung und die Ablaufspannung (d. h. die Tangenten zu Beginn und zu Ende der Kurzschlußkurve) leicht bestimmt werden können, wenn die Bürstenbreite $<$ Lamellenbreite ist, und ferner, daß diese Bestimmung mit einfachen Mitteln nicht möglich ist, falls die Bürstenbreite $>$ Lamellenbreite ist, weil dann die Werte P_x und P_y nicht bekannt sind.

Man könnte in diesem Falle die Kurzschlußkurve durch folgendes **graphisches Näherungsverfahren** finden.

Man nimmt bei dem gegebenen Feldverlaufe irgend ein beliebiges $\left(\frac{di_{k_0}}{dt}\right)$, d. h. irgend eine beliebige Tangente im Anfangspunkt I der Kurzschlußstromkurve an und kann dann einen zugehörigen Punkt II, der vom Ausgangspunkt um eine Lamellenbreite entfernt ist, berechnen, indem man aus der Gleichung

$$e_0 - L \cdot \left(\frac{di_{k_0}}{dt}\right) = P_0 - P_x$$

einen Wert P_x und den zugehörigen Lamellenstrom i_{II} ermittelt.

Dann nimmt man nahe beim Anfangspunkt einen Punkt I' an, dessen Lage und Tangente man nach Lage der Punkte I und II mit genügender Genauigkeit schätzen kann, und ermittelt sich aus der Gleichung für die Spannungen den zugehörigen, um eine Lamellenbreite entfernten Punkt II'. Dieser letztere Punkt ermöglicht es dann, in dem vorher gefundenen Punkte II die Tangente an die Kurzschlußkurve genau zu ziehen, und wenn diese nun bekannt ist, so kann ein Punkt III gefunden werden, der um eine Lamellenbreite von Punkt II entfernt ist usw.

Man erhält auf diese Weise schließlich eine Kommutierungskurve, welche aber in dem gegebenen Felde nicht jene des gegebenen Stromes, sondern eines davon verschiedenen, größeren oder kleineren Stromes darstellt.

Wiederholt man aber obige Konstruktion beispielsweise noch zweimal mit anders gewählten $\left(\frac{di_{k_0}}{dt}\right)$, so kann man schließlich in Abhängigkeit von den angenommenen $\left(\frac{di_{k_0}}{dt}\right)$ die zugehörigen Größen der kommutierten Ströme auftragen

und durch Extra- oder Interpolation jenes $\left(\frac{di_{k_0}}{dt}\right)$ [resp. auch $\left(\frac{di_{kT}}{dt}\right)$] angeben, welches zu dem gegebenen Strome $2i_a$ gehört.

Praktischen Wert hat indessen dieses graphische Näherungsverfahren ebensowenig wie die mathematischen Kommutierungstheorien.

Dagegen lassen sich aus den oben angegebenen Gleichungen einige wertvolle Beziehungen ableiten.

a) Angenäherte Berechnung des effektiven Spannungsabfalles unter der Bürste.

Nach der vereinfachten Gleichung ist:

$$P_2 - P_1 = e - L \cdot \frac{di_k}{dt}$$

oder:

$$\int \frac{(P_2 - P_1) \cdot dt}{T} = \int_0^T \frac{e \, dt}{T} - e_{Rc}$$

$$(P_2 - P_1)_m = e_m - e_{Rc} = e_{zm},$$

d. h.: der Mittelwert der Spannungs differenzen $(P_2 - P_1)$ ist gleich der mittleren zusätzlichen E.M.K., welche als gegeben zu betrachten ist.

Der Summe der Quadrate der Spannungs differenzen sind aber, wie in Arnold, Gleichstrommaschine, Bd. I, S. 285, abgeleitet ist, die unter der Bürste auftretenden zusätzlichen Verluste proportional, welche naturgemäß um so größer sind, je größer die Abweichungen des tatsächlichen Feldes vom idealen Wendefeld sind.

Es liegt daher der Gedanke nahe, den effektiven Spannungsabfall unter der Bürste wenigstens annäherungsweise als Funktion der zusätzlichen E.M.K. e_{zm} zu ermitteln.

In der Tat kann man leicht zu einem solchen Zusammenhang gelangen, wenn man annimmt, daß der Spannungsabfall unter der Bürste zeitlich nach einer geraden Linie verläuft, d. h. daß die Differenz $P_2 - P_1$ konstant sei.

Bezeichnet e_{zm} den galvanometrischen Mittelwert der zusätzlichen E.M.K., so ergibt sich für den oben angenommenen Fall in einfacher Ableitung, die hier wohl unnötig ist, der Effektivwert des Spannungsabfalles unter der Bürste:

$$P_{\text{eff}} = \sqrt{P_m^2 + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{b}{2\beta}\right)^2 \cdot e_{zm}^2},$$

worin b = Bürstenbreite,
und β = Lamellenbreite

bezeichnet.

Bildet man nun im allgemeinen Falle bei beliebigem Verlaufe des Feldes und der Potentialdifferenzen $P_2 - P_1$ einen Wert e_{zm}' dadurch, daß man die Werte e_z ohne Rücksicht auf das Vorzeichen addiert, indem man sie positiv zählt, auch wenn sie negativ sind [in Fig. 8 hätte man also $F_1 + F_2 = \Sigma e_{zm}$ zu nehmen], so zeigt sich, daß die Gleichung:

$$P_{\text{eff}} = \sqrt{P_m^2 + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{b}{2\beta}\right)^2 \cdot e_{zm}'^2},$$

auch in diesem Falle stets gute Werte gibt, namentlich in den praktisch vorkommenden Fällen, wo ja die Arnoldsche Bürstenpotentialkurve fast immer angenähert nach einer Geraden verläuft.

Aus dieser Gleichung für den effektiven Spannungsabfall läßt sich dann ohne weiteres noch die folgende für den Formfaktor der Stromverteilung unter der Bürste ableiten:

$$f_u = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{1}{3} \left(\frac{b}{2\beta}\right)^2 \cdot \left(\frac{e_{zm}'}{P_{\text{eff}}}\right)^2}}.$$

Diese Gleichung, die als Annäherungsgleichung in abnormen Fällen natürlich versagen kann, hat den Vorteil, daß in ihr nur der Wert P_{eff} vorkommt. Dieser effektive Spannungsabfall ist aber nach den vorangegangenen Untersuchungen für jede Kohlensorte eine nahezu konstante Größe, und der Formfaktor der Stromverteilung unter der Bürste ist daher nach obiger Gleichung sehr einfach zu ermitteln, wenn man die Abweichungen des tatsächlichen Feldes vom idealen Wendefelde angenähert kennt.

b) Eine Reihe von wertvollen Aufschlüssen gibt ferner die Diskussion der Gleichungen für die **Auflauf- und die Ablaufspannung**.

Betrachten wir zunächst die Gleichung für die **Auflaufspannung**:

$$P_0 = \frac{e_0 + P_x}{1 + \frac{e_{Rc}}{P_m}},$$

so zeigt sich unmittelbar, daß P_0 stets einen endlich großen Wert besitzt für alle Werte von e_{Rc} und P_m , solange nicht e_0 oder P_x unendlich groß wird.

Anders verhält sich dagegen die **Ablaufspannung**:

$$P_{b+\beta} = \frac{e_T - P_y}{\frac{e_{Rc}}{P_m} - 1},$$

denn diese Gleichung gibt endliche Werte von $P_{b+\beta}$ im allgemeinen bei beliebigen Werten von e_T und P_y nur dann, wenn

$$e_{Rc} < P_m$$

ist, dagegen wird für beliebige Werte von e_T und P_y die Ablaufspannung im allgemeinen unendlich groß, sobald $e_{Rc} \geq P_m$ ist, wie folgende Überlegungen zeigen.

I. Betrachtet man nämlich zunächst den Fall, daß $e_{Rc} = P_m$ ist, und macht vorläufig die vereinfachende Annahme, daß $b < \beta$, d. h. daß $P_y = P_m$ sei, so ergibt sich für die Ablaufspannung, daß der Nenner der Gleichung:

$$P_{b+\beta} = \frac{e_T - P_m}{e_{Rc} - P_m} + P_m$$

den Wert Null besitzt, und daß daher $P_{b+\beta}$ unendlich groß werden muß, falls nicht gleichzeitig der Zähler $= 0$ wird, d. h.:

Wird $e_{Rc} = P_m$, so ist vollständige („wahre“) Kommutierung mit einer Ablaufspannung von endlicher Größe nur dann möglich, wenn im letzten Momente des Kurzschlusses in der Ankerspule eine E.M.K. $e_T = P_m$ induziert wird; in allen anderen Fällen ist dagegen am Schlusse der Kommutierungsperiode in der kurzgeschlossenen Ankerspule ein von dem

Ankerströme verschiedener Strom vorhanden, der im letzten Momente plötzlich auf den Wert $-i_a$ gebracht werden müßte.

Während also im Falle $e_{Rc} < P_m$ alle denkbaren Feldkurven vollkommene Kommutierung ermöglichen, müssen für den Fall $e_{Rc} = P_m$ die „Feldkurven der vollständigen Kommutierung“ eine bestimmte Bedingung erfüllen: sie müssen alle durch den Punkt $e_T = P_m$ gehen, wenn $b < \beta$ ist, und P_m als konstant vorausgesetzt wird.

Man kann demnach zwar auch für den Fall $e_{Rc} = P_m$ zu jeder beliebig angenommenen Kurzschlußstromkurve eine zugehörige Feldkurve aus der Kommutierungsgleichung finden, doch bilden alle diese Feldkurven ein Kurvenbündel, welches von dem Punkte $e_T = P_m$ ausgeht.

Infolge des Verhaltens der Kohlenbürsten ist nun aber P_m nicht konstant, sondern von der Größe der effektiven Stromdichte abhängig, wodurch sich die Zahl der möglichen Feldkurven vollkommener Kommutierung zwar noch vermehrt, an der Betrachtung aber im Prinzipie nichts geändert wird.

Im allgemeinen Falle, wenn $b > \beta$ ist, wird die Zahl dieser Feldkurven noch größer, weil dann die Bedingung $e_T = P_y$ erfüllt sein muß, und P_y selbst wieder vom Verlaufe der Kommutierungskurve abhängig ist.

II. Ähnlich liegen die Verhältnisse für den Fall $e_{Rc} > P_m$.

Es kann auch hier wieder aus der Kommutierungsgleichung zu jeder beliebig angenommenen Kurzschlußstromkurve eine zugehörige Feldkurve gefunden werden, welche den gegebenen Strom in der vorgeschriebenen Kurve vollkommen kommutiert, doch müssen alle diese Feldkurven bestimmten Bedingungen genügen, so daß nicht umgekehrt auch die Feldkurven frei wählbar sind.

Liegt z. B. eine Feldkurve vor, deren Werte durchweg kleiner sind wie jener Wert, welcher der idealen Wendespannung e_{Rc} entspricht, so ist es unmöglich, falls $e_{Rc} > P_m$ ist, mit dieser Feldkurve vollkommen zu kommutieren, wie folgende Überlegung zeigt. Ist die induzierte Spannung vom Anfang bis zum Ende der Kommutierungszeit stets kleiner wie die ideale Wendespannung, so liegt der ausgesprochene Fall der Unterkommutierung vor, in welchem Falle (bei $b > \beta$) so-

wohl die Ablaufspannung $P_{b+\beta}$ als auch die Spannung P_y größer sein muß wie die mittlere Spannung P_m . Die Gleichung

$$P_{b+\beta} = \frac{e_T - P_y}{e_{Rc} - P_m} + P_m$$

dagegen würde, weil $e_{Rc} > P_m$, und $e_T < e_{Re}$ nach obiger Annahme sein soll, einen Wert $P_{b+\beta} < P_m$, eventuell sogar einen negativen Wert $P_{b+\beta}$ ergeben. Dies ist aber für den Fall der Unterkommutierung eine physikalische Unmöglichkeit, und demnach ist es unmöglich, bei $e_{Rc} > P_m$ den gegebenen Strom mit einem Felde vollkommen zu kommutieren, dessen Werte in allen Punkten kleiner wie das „ideale Kommutierungsfeld“ sind.

Der Grund dafür, daß die Gleichung für die Ablaufspannung in diesem Falle versagt, liegt darin, daß sie als Voraussetzung das Vorhandensein vollständiger (wahrer) Kommutierung hat, was aber in diesem Falle nicht zutrifft.

Aus ähnlichen Überlegungen wie aus den obigen findet sich, daß auch mit allen jenen Feldkurven [bei $e_{Rc} > P_m$] vollständige Kommutierung unmöglich ist, deren Werte in allen Punkten größer wie das „ideale Kommutierungsfeld“ sind.

Es ergibt sich also aus diesen Betrachtungen, daß neben dem speziellen Falle des idealen Wendefeldes bei $e_{Rc} > P_m$ nur solche Feldkurven vollständige (wahre) Kommutierung ermöglichen, welche das geradlinige Feld mindestens einmal überschneiden.

Eine weitere Ausdehnung dieser Diskussion nach der mathematischen Seite hin hat wenig Zweck, weil man ja leicht in der Lage ist, zu jeder gewünschten Kurzschlußstromkurve sich aus der Kommutierungsgleichung $e - L \cdot \frac{di_k}{dt} = P_2 - P_1$ das zugehörige Feld zu ermitteln.

Praktisch kommen meist nur stetig ansteigende oder stetig abfallende Felder vor, und diese müssen also teils oberhalb, teils unterhalb des idealen Wendefeldes liegen.

Jedenfalls ergeben die obigen Betrachtungen, daß das ideale (geradlinige) Wendefeld als ein labiler Fall der vollkommenen Kommutierung bezeichnet werden muß, sobald $e_{Rc} > P_m$ ist, denn wenn dieses Feld (z. B. infolge des Einflusses

der Sättigung des Wendepoles) durchweg etwas größer oder kleiner als das genau richtige ist, so ist die vollständige Kommutierung in Frage gestellt, und die Gefahr der Funkenbildung vorhanden.

Dies ist vielleicht zum Teil die Ursache, daß man an Turbogeneratoren mit Wendepolen bei geradlinigem Felde (d. h. bei konstantem Luftraume unter dem Wendepole) keine guten Erfahrungen macht; daß es sich vielmehr besser bewährt, wenn man diesen Luftraum an der Eintrittskante kleiner macht wie an der Austrittskante. Man erhält dann ein nach den vorausgegangenen Betrachtungen mögliches und stabiles Kommutierungsfeld, welches bei richtiger Wahl seiner Größe (durch richtige Shuntung der Wendepolwicklung) eine überkommutternde Kurzschlußstromkurve mit einem Werte der Ablaufspannung $P_{b+\beta} < P_m$ liefern kann.

Die obige Diskussion ist auch von Wichtigkeit für die normalen Gleichstrommaschinen ohne Kommutierungspole. Diese Maschinen müssen bekanntlich bei Vollast in einem Felde kommutieren, das durchweg kleiner wie das ideale Wendefeld ist, und bei diesen Maschinen muß daher, wenn die vollkommene Kommutierung garantiert sein soll, stets $e_{Rc} < P_m$ sein.

Für eine ganze Anzahl von Fällen hat die Diskussion dieses Kapitels unendlich große Ablaufspannung aus der einfachen Kommutierungsgleichung ergeben. Praktisch ist eine solche unendlich große Ablaufspannung natürlich undenkbar, sie wird in erster Linie durch die Strom- und Spannungsschwankungen verhindert, welche die Kommutierung verursacht (siehe Kapitel V).

III. Einfluß der Wicklungsart auf die Kommutierung.

Bei allen bisherigen Betrachtungen wurde immer angenommen, daß „geradlinige Kommutierung“ und „Kommutierung bei konstanter Stromdichte“ identische Bedingungen seien. Dies trifft jedoch nicht für alle Wicklungsarten zu, sondern gilt nur bei Ringwicklung, bei Schleifenwicklung, bei Reihenparallelwicklung mit $a = p^1)$ und bei reiner Reihenwicklung mit nur einem Bürstenbolzen pro Polarität. Bei allen anderen Wicklungsarten bedeuten „geradlinige Kommutierung“ und „Kommutierung bei konstanter Stromdichte“ zwei verschiedene Kommutierungsvorgänge.

Der Grund hierfür liegt darin, daß, wenn $a < p$ ist, die Kurzschlußperioden von Windungen, welche im Gange der Wicklung aufeinander folgen, nicht mehr um ganze Lamellenteilungen auseinander liegen, sondern um Bruchteile von Lamellenteilungen.

Betrachtet man beispielsweise die Reihenwicklung Fig. 41 des Figurenblattes 11, bei welcher $a = 1$; $p = 2$; $s = 50$; $y_1 = 11$; $y_2 = 13$; $p_k = 2$ ist, so folgen Windung A und Windung B im Gange der Wicklung aufeinander. Die Kurzschlußperioden dieser beiden Windungen liegen entsprechend einer halben Lamellenteilung zeitlich auseinander, denn der Kurzschluß von Spule B beginnt mit dem Eintritt von Lamelle 8 unter Bürste B', derjenige von Spule A dagegen mit dem Eintritt von Lamelle 20 unter Bürste B". Solange also Lamelle 20 sich noch nicht bis zur Hälfte unter der Bürste B" befindet, hat sie einen Strom $i_a - i_{kA}$ zu führen, wenn i_{kA} den Kurzschlußstrom der Spule A bezeichnet; sobald sie aber bis zur Hälfte unter Bürste B" eingetreten ist, beginnt auch die Spule B zu kommutieren, und die Lamelle hat jetzt einen Strom $i_{kB} - i_{kA}$ zu führen, wenn i_{kB} der Kurzschlußstrom der Spule B ist. Kommutiert man also (siehe Fig. 42a) geradlinig, so bleibt

¹⁾ $2a =$ Zahl der parallelen Stromkreise, $p =$ Zahl der Polpaare.

diese Differenz $i_{k_B} - i_{k_A}$ nun konstant, obwohl die Berührungsfläche zwischen Lamelle und Bürste noch so lange zunimmt, bis die ganze Lamelle unter die Bürste gelangt ist. Demzufolge muß der Spannungsabfall in dieser Zeit um die Hälfte abnehmen.

Bei geradliniger Kommutierung ergeben sich demnach für den Spannungsabfall P und die nötige äußere E.M.K. e als Verlauf die, in den Diagrammen Fig. 42b und c gezeichneten gebrochenen Linien.

Soll andererseits diese Reihenwicklung mit konstanter Stromdichte kommutieren, so muß die Kurzschlußstromkurve und die Kurve der äußeren E.M.K. e den in Fig. 43 ermittelten Verlauf nehmen.

Liegt endlich der allgemeine Fall der Kommutierung in einem beliebigen Felde vor, so ist die Wicklungsart vor allem auf die Berechnung der Werte P_x und P_y in den Gleichungen für die Auflauf- resp. Ablaufspannung (siehe S. 19) von Einfluß.

Es ist hier besonders wieder der Wert P_y von Wichtigkeit, welcher bekanntlich den Spannungsabfall der zweiten zur betrachteten Spule gehörigen Lamelle in dem Momente bezeichnet, in welchem die erste zur Spule gehörige Lamelle von ihrer Bürste abläuft, d. h. in dem Beispiel der Fig. 41 z. B. den Spannungsabfall der Lamelle 8 gegenüber der Bürste B' im Augenblicke des Ablaufens der Lamelle 20 von der Bürste B'' , in welchem Augenblicke der Kurzschluß der mit B bezeichneten Ankerspule beendet wird.

Zeichnet man sich also wieder (ähnlich wie in Fig. 4a) die Momentanwerte der Potentialdifferenzen zwischen einer Lamelle und einer Bürste auf, so liegen die Werte P_y und $P_{b+\beta}$ in diesem Diagramme der Momentanwerte des Spannungsabfalles B nur dann um eine Lamellenteilung voneinander entfernt, wenn $a = p$ ist, oder wenn bei reiner Reihenwicklung nur ein Bürstenbolzen pro Polarität vorhanden ist (siehe Fig. 44a).

Ist aber z. B. $a = \frac{p}{2}$, so liegen bei p Bürstenbolzen pro Polarität die Werte P_y und $P_{b+\beta}$ nur um eine halbe Lamellenteilung voneinander entfernt, weil im Moment des Ablaufens der 1. Lamelle der (den Kurzschluß verlassenden) Spule sich

die 2. Lamelle nur noch zur Hälfte unter ihrer Bürste befindet (siehe Fig. 44b).

Ist allgemein $a = \frac{P}{n}$, so sind P_y und $P_{b+\beta}$ um $\left(\frac{1}{n}\right)$ tel Lamellenteilung voneinander entfernt, d. h. je geringer bei der gleichen Polzahl die Zahl der parallelen Stromkreise wird, desto mehr nähern sich auch die Werte P_y und $P_{b+\beta}$ ihrer Größe nach.

Dementsprechend muß auch bei gleichem Maximalwerte von $P_{b+\beta}$ die in einer kurzgeschlossenen Spule induzierte zusätzliche E.M.K. sowohl wie auch die Reaktanzspannung der Spule um so kleiner werden, je weniger parallele Stromkreise bei derselben Polzahl vorhanden sind. Weitere Untersuchungen sollen in dieser Hinsicht hier nicht angestellt werden, jedenfalls aber zeigen diese einfachen Betrachtungen, daß es absolut unzulässig ist, in den Gleichungen der Auflauf- resp. Ablaufspannung ohne Rücksicht auf Wicklungsart und Bürstenbreite für den Wert P_x resp. P_y stets den Mittelwert P_m einführen zu wollen.

Es muß an dieser Stelle auch noch eines anderen Einflusses der Wicklungsart gedacht werden, welcher die Vorbedingungen betrifft, welche jede Wicklung erfüllen muß, wenn sie gut kommutieren soll.

Bei mehrpoligen Wicklungen muß man voraussetzen, daß die Verteilung des Stromes in den einzelnen Ankerstromkreisen symmetrisch sei, so daß auch alle Bürsten gleichmäßig mit Strom belastet sind.

Diese Symmetrie ist nun ohne weiteres nur bei der reinen Reihenwicklung vorhanden, und die gleichmäßige Belastung der einzelnen Bürstensätze ist bei derselben auch nur dann garantiert, wenn durch die Stromzuführungsleitungen zwischen den einzelnen Bürsten nennenswerte Potentialdifferenzen nicht entstehen.

Bei der reinen Parallelwicklung (Schleifenwicklung) erfolgt die Parallelschaltung der einzelnen Ankerstromkreise zwar auch zwangsläufig durch die Bürsten, und es würde sich, wenn nur die Ohmschen Widerstände für die Art der Stromverteilung in Betracht kämen, der gesamte Strom symmetrisch auf alle Ankerstromkreise verteilen; diese gleichmäßige Stromverteilung

würde jedoch voraussetzen, daß auch in allen Stromkreisen genau dieselbe E.M.K. induziert wird, d. h. daß alle Stromkreise in genau dem gleichen Felde rotieren. Nun erstreckt sich aber bei der Schleifenwicklung ein Stromkreis stets nur unter einem Polpaar; Voraussetzung für die Stromsymmetrie wäre also, daß alle Pole genau das gleiche Feld liefern, was sich praktisch nicht erreichen läßt. Bei der Schleifenwicklung ist daher die gleichmäßige Stromverteilung nur dann garantiert, wenn sie durch Anordnung von Ausgleichringen erzwungen wird.

Bei der Reihenparallelschaltung endlich fällt zwar, da die Stäbe eines Ankerstromkreises gleichmäßig unter allen Polen verteilt sind, die Bedingung der gleichen Polfelder weg, doch ist hier schon durch die Verteilung der Widerstände keine symmetrische Stromverteilung garantiert, da die Parallelschaltung der einzelnen Stromkreise nicht direkt von je einer Bürste ab erfolgt, und daher auch die Potentialdifferenzen unter den einzelnen Bürsten in jedem Moment hierbei in Frage kommen. Die symmetrische Stromverteilung erscheint also auch hier nur dann garantiert, wenn sie durch eine genügende Zahl von Ausgleichringen [Äquipotentialverbindungen] erzwungen wird.

IV. Sekundäre Kommutierungserscheinungen.

A. Strom- und Spannungsschwankungen, verursacht durch die Kommutierung.

In Kap. III ergab die Diskussion der Kommutierungs-gleichung für eine Reihe von Fällen unendlich große Ablaufspannung $P_{b+\beta}$. Das Zustandekommen einer derartig großen Spannung wird jedoch in diesen Fällen durch die dann in den Vordergrund des Interesses tretenden Strom- und Spannungsschwankungen verhindert, welche durch die schlechte Kommutierung erzeugt werden.

Die grundlegende Annahme, unter welcher die Gleichungen für die Auflauf- und die Ablaufspannung abgeleitet wurden, ist bekanntlich die, daß der Strom sowohl im äußeren Stromkreise wie in den einzelnen Ankerstromkreisen konstant sei, welche Annahme streng richtig jedoch nur für die geradlinige Kommutierung ist.

Betrachten wir z. B. einen zweipoligen Trommelanker, so setzt sich der gesamte Stromkreis zusammen aus dem äußeren Stromkreise und den beiden parallelgeschalteten Ankerhälften. Unterliegt nun bei schlechter Kommutierung das Bürstenpotential beträchtlichen Schwankungen, so schwankt sowohl die Klemmenspannung als auch die resultierende Spannung in jeder der beiden Ankerhälften. Es muß daher sowohl der äußere Strom als auch der Strom in jeder der beiden Ankerhälften periodischen Fluktuationen unterliegen, deren Größe von der Größe der Selbstinduktion des betr. Stromkreises abhängig ist. Diese Fluktuationen haben stets die Tendenz, die Spannung an der Ablaufkante zu verringern.

Es ergibt sich also zunächst, daß die Art des äußeren Stromkreises einen Einfluß auf die Kommutierung haben kann. Ist z. B. einmal der äußere Stromkreis induktionsfrei, das 2. Mal aber stark induktiv, so sind im ersteren Falle die Schwankungen des äußeren Stromes den Schwankungen der Klemmenspannung proportional und können daher ihren günstigen Einfluß auf die Kommutierung ausüben; im 2. Falle dagegen werden die Stromschwankungen durch die Selbstinduktion verhindert, ihr günstiger Einfluß auf die Kommutierung kommt in Wegfall, d. h. die Kommutierung wird im 2. Falle schlechter wie im ersten Falle, die Spannungsdifferenzen unter der Bürste und die Schwankungen der Klemmenspannung werden größer.

Für die **Schwankungen im Ankerstrom** kommt in Betracht, daß beide Ankerhälften mit nur geringer Streuung magnetisch miteinander verkettet sind; es kann also ohne bedeutende selbstinduktive Spannung der Strom der einen Ankerhälfte zunehmen, während in der anderen Ankerhälfte gleichzeitig der Strom abnimmt, d. h. die durch die Kommutierung verursachten Differenzen in der Spannung beider Ankerhälften können sich durch periodische Umladungen der beiden Ankerströme ausgleichen.

Diese Umladungen werden dann ein Maximum, wenn die Bürstenteilung auf halbe Lamellenteilungen führt, weil dann auch die Spannungsdifferenzen zwischen beiden Ankerhälften ein Maximum werden.

Diese Strom- und Spannungsschwankungen, welche bei guter Kommutierung und namentlich bei höheren Klemmenspannungen nicht in Frage kommen, können bei Niederspannungsmaschinen und schlechter Kommutierung immerhin meßbare Werte annehmen, wie die auf Fig.-Bl. 9 wiedergegebenen Versuche zeigen, bei welchen mittels Oszillographen sowohl der äußere Strom und die Klemmenspannung als auch der Ankerstrom [an der gleichen Maschine, die auch für die Versuche der Blätter 3—7 benützt wurde] aufgenommen wurde.

Bezüglich des Einflusses einer Selbstinduktion gibt folgender Versuch Aufschluß:

Die Maschine wurde bei einer Bürstenverschiebung von 4 Lamellen einmal induktionsfrei belastet [siehe Klemmenspannungsoszillogramm Fig. 30e und Oszillogramm des äußeren Stromes Fig. 32b]; das 2. Mal wurde bei der gleichen Belastung von 25 Ampère eine Drosselspule in den äußeren Stromkreis eingeschaltet [siehe Klemmenspannungsoszillogramm Fig. 30f und Oszillogramm des äußeren Stromes Fig. 32c]. Wie diese Oszillogramme zeigen, waren die Stromschwankungen im äußeren Stromkreise im 1. Falle verhältnismäßig groß, die Spannungsschwankungen dagegen klein, während im zweiten Falle infolge der Wirkungen der Drosselspule zwar die Stromschwankungen kleiner, die Spannungsschwankungen jedoch wegen der schlechteren Kommutierung beträchtlich größer waren. Daß die Kommutierung im 2. Falle schlechter war, zeigte sich schon durch das stärkere Funken an.

Vergleicht man endlich das zum 2. Fall gehörige Oszillogramm des Ankerstromes Fig. 31c mit jenem des äußeren Stromes Fig. 32c, so findet man, daß in diesem Falle die Schwankungen im Ankerstrom verhältnismäßig viel größer sind wie jene des äußeren Stromes, so daß also meßbare Umladungen in den Strömen beider Ankerhälften stattgefunden haben müssen.

B. Magnetische Wirkungen der Kurzschlußströme.

Hierüber ist zwar schon eine wertvolle Arbeit von Dr. Pohl¹⁾ vorhanden, der Vollständigkeit halber aber will ich hier mitteilen, daß sich die Ampèrewindungen der Kurzschlußströme aus den Arnoldschen Bürstenpotentialkurven praktisch genügend genau ermitteln lassen.

Betrachtet man Fig. 33 des Figurenblattes 9, so sind die Ankerampèrewindungen AW_a dargestellt durch die schraffierte Fläche ABC . Ist nun BEF die Kurzschlußstromkurve, so könnten, wenn unendlich viele Lamellen unter der Bürste sich befinden würden, die „Kommutierungsampèrewindungen“ AW_{ko} durch die Fläche $BEFCB$ dargestellt werden. Praktisch befinden sich nun zwar viel weniger Lamellen unter der Bürste, so daß die AW_{ko} periodischen Schwankungen unterworfen sind; in dieser Hinsicht angestellte, weiter unten wiedergegebene Versuche zeigen jedoch, daß der algebraische Mittelwert der Kommutierungsampèrewindungen, welcher für ihre Rückwirkung auf das Hauptfeld in Frage kommt, genügend genau durch die Fläche $BEFCB$ wiedergegeben wird.

Da man die Kurzschlußstromkurve aus den Arnoldschen Bürstenpotentialkurven leicht ermitteln kann, kann man demnach auch durch Aufnahme dieser Kurven sich jederzeit bequem über die Größenordnung der Kommutierungsampèrewindungen orientieren.

Dieselben kommen namentlich bei regulierbaren Wendepolmotoren in Frage, welche bei hoher Tourenzahl ein schwaches Hauptfeld besitzen. Arbeiten solche Motoren mit Überkommutierung, so tragen die Kurzschlußampèrewindungen zur Feldschwächung, d. h. zur Tourensteigerung bei. Auf die Überkommutierung in dem infolge von Hysteresis und Wirbelströmen langsamer verschwindenden Felde der Wendepolmagnete ist bei solchen Motoren auch das Durchgehen bei plötzlicher Entlastung zurückzuführen. Ebenso hat das Pendeln derselben zum Teil seine Ursache in den magnetischen Wirkungen der Kurzschlußströme.

¹⁾ Sammlung elektrotechn. Votr., VI. Bd., 10. Heft.

Die Versuche, welche die Kontrolle der oben angegebenen Berechnungsmethode bezweckten, wurden an einer Wendepolmaschine angestellt.

Sie wurde nach Einstellung eines bestimmten Verhältnisses zwischen Wendepolampèrewindungen (bezeichnet mit AW_c) und Ankerampèrewindungen (bezeichnet mit $AS \cdot t_p/2$) kurzgeschlossen und es wurden dann jene Feldampèrewindungen ermittelt (AW_{mk}), welche nötig waren, um bei 700 Touren 400 Ampère Kurzschlußstrom zu erzeugen. Da der Ohmsche Widerstand im Kurzschlußstromkreise $0,04 \Omega$ inkl. Bürstenübergangswiderstand betrug, mußten in diesem Stromkreise bei 400 Ampère Strom 16 Volt Spannung induziert werden, wozu bei Leerlauf $AW_{m_0} = 116$ Ampèrewindungen nötig waren. Die Differenz $[AW_{mk} - AW_{m_0}]$ gibt also in jedem Falle die Ampèrewindungen der Kurzschlußströme AW_{k_0} .

Diese Kommutierungsampèrewindungen AW_{k_0} sind abhängig vom Kompensationsverhältnis in Proz. von den Leerlaufampèrewindungen bei 115 Volt Klemmenspannung resp. von $AS \cdot t_p/2$ in Fig. 34 des Figurenblattes 9 aufgetragen, während in den Figuren 35 und 36 die zu den einzelnen Punkten der Fig. 34 gehörigen Bürstenpotentialkurven resp. die aus denselben ermittelten Kurzschlußstromkurven aufgezeichnet sind. Aus den letzteren wurden dann für Pkt. II und VI die Kurzschlußampèrewindungen nach der oben angegebenen Methode berechnet, und zwar ergab sich:

	für Punkt II	VI	
rechnerisch . . .	— 4,7	+ 3,8 Proz.	$\frac{AS \cdot t_p}{2}$
experimentell . .	— 4,6	+ 3,2	$-\frac{AS \cdot t_p}{2}$

Die rechnerische Methode zeigt also mit dem Experiment genügend gute Übereinstimmung.

V. Einfluß der Nuten auf die Kommutierung.

A. Durch die Nuten können **Schwankungen im magnetischen Widerstande** des Hauptfeldes entstehen, wodurch das letztere periodische Pendelungen ausführt, welche in den kurzgeschlossenen Ankerspulen eine E.M.K. von der gleichen Periodenzahl erzeugt. Bei Maschinen mit massivem Joch und massiven Polschenkeln werden diese Schwankungen stark gedämpft. Sie lassen sich außerdem durch geeignete Wahl des Polbogens auf ein vernachlässigbares Minimum reduzieren und kommen daher in bezug auf ihre Wirkung auf die Kommutierung praktisch erst dann in Betracht, wenn die Zahl der Nuten pro Polbogen abnorm klein ist.

B. Durch Anordnung der Leiter in den Nuten entstehen **periodische Unregelmäßigkeiten in der gegenseitigen Induktion benachbarter Leiter**.

Bekanntlich¹⁾ ist der Koeffizient der gegenseitigen Induktion von Stäben der gleichen Nut nur wenig kleiner wie der Selbstinduktionskoeffizient; während sich Stäbe, welche nicht der gleichen Nut angehören, magnetisch nicht beträchtlich beeinflussen.

Betrachtet man nun z. B. [siehe Fig.-Bl. 10 Fig. 37] eine Nut mit 6 Stäben, und nimmt man an, daß je 2 übereinanderliegende Stäbe gleichzeitig den Kurzschluß beginnen und beenden, so müssen **bei geradliniger Kommutierung** in jedem der 3 Stabpaare verschiedene E.M.K.K. von außen induziert werden. Nimmt man zur Vereinfachung an, daß Stäbe der gleichen Nut sich ohne Streuung voll beeinflussen, sowie daß Stäbe, die verschiedenen Nuten angehören, sich gegenseitig garnicht beeinflussen, so ergeben sich die in den Figuren 37b—d gezeichneten nötigen Felder für die 3 Stabpaare nach folgenden Überlegungen: Das erste Stabpaar beginnt seine Kom-

¹⁾ Siehe Dr. H. Galluser, Samml. el. Vorträge, Bd. 3, H. 10 u. 11.

mutierung ohne merkliche gegenseitige Induktion von den anderen kommutierenden Stäben, weil diese in anderen Nuten liegen. Bezeichnet also e_{Rc} = Reaktanzspannung eines Stabes, so muß anfänglich in jedem Stabe des ersten Stabpaares eine Spannung gleich $2 e_{Rc}$ induziert werden, falls geradlinig kommutiert werden soll, und zwar so lange, bis nach einer Lamellenbreite das 2. Stabpaar in den Kurzschluß eintritt. Von diesem Augenblicke an muß in jedem kommutierenden Stabe eine Spannung $= 4 e_{Rc}$ induziert werden, bis nach einer weiteren Lamellenbreite auch das 3. Stabpaar in den Kurzschluß eintritt und dann, während alle 6 Stäbe gleichzeitig im Kurzschlusse sind, in jedem Stabe eine E.M.K. $= 6 e_{Rc}$ induziert werden muß. Da in dem Beispiel der Fig. 37 die Bürstenbreite zu $2\frac{1}{2}$ Lamellenbreiten angenommen wurde, bleiben die 3 Stabpaare nur während $\frac{1}{2}$ Lamellenteilung gemeinsam im Kurzschluß, weil dann Stabpaar 1 seine Kommutierung beendet. In jedem hierauf noch im Kurzschluß befindlichen Stabe der Stabpaare 2 und 3 muß dann nur noch eine E.M.K. $= 4 e_{Rc}$ induziert werden, bis nach einer weiteren Lamellenbreite sich endlich nur noch das 3. Stabpaar im Kurzschluß befindet und in jedem Stabe eine Reaktanzspannung $= 2 e_{Rc}$ bedarf.

In den 3 Stabpaaren müssen daher die in Figuren 37 b—d gezeichneten gebrochenen Linien den Verlauf der äußeren E.M.K.K. darstellen, falls geradlinig kommutiert werden soll. Diesen Verlauf müßte also beispielsweise das künstliche Kommutierungsfeld der Déri- und Wendepolmaschinen besitzen, falls alle Stäbe geradlinig kommutieren sollten. [Hierbei wäre allerdings die durch das Eintreten der Nut unter den Wendepol bedingte Vergrößerung des Selbstinduktionskoeffizienten vernachlässigt, die bei Ermittlung des tatsächlich nötigen Feldes berücksichtigt werden muß.]

Kommutieren nun im allgemeinen Falle alle Leiter in einem gleichen, gemeinsamen Felde, so zeigt sich der Einfluß der Nuten etwa in der in Fig. 38 gezeichneten Weise dadurch, daß jeder der Stäbe einer Nut eine andere Kommutierungskurve aufweist.

In dem der Fig. 38 zugrunde gelegten Falle ist angenommen, daß alle Leiter in einem konstanten zu schwachen Felde, z. B. im Felde $= 0$, kommutieren sollen.

Es beginnt dann der 1. Stab (resp. das 1. Stabpaar), den Kurzschluß ohne Beeinflussung von anderen Stäben mit Unterkommutierung. Nach einer Lamellenbreite tritt dann der 2. Stab ebenfalls mit Unterkommutierung in den Kurzschluß ein; inzwischen beginnt der 1. Stab schon die Stromwendung im richtigen Sinne und gegen Ende der Kommutierungsperiode des Stabes 1 wird dann seine Stromwendung durch die Wirkung des Übergangswiderstandes erzwungen. Erleichtert wird für den ersten Stab diese starke Stromänderung dadurch, daß durch die Wirkung der gegenseitigen Induktion der 2. Stab und nach Eintreten des 3. Stabes auch dieser gezwungen werden, in stärkerem Maße unterzukommütieren wie der erste Stab. Das gesamte Stromvolumen in der Nut ändert sich infolgedessen beträchtlich weniger, als es der Stromänderung des 1. Stabes allein entspricht, und der erste Stab beendet daher seine Stromwendung mit einer gewissen Dämpfung.

Ebenso überträgt sich dann, wenn die Kommutierung auch im zweiten Stabe durch die Wirkung des Übergangswiderstandes erzwungen wird, ein weiterer Teil der magnetischen Feldenergie des Stromvolumens der Nut auf den 3. Stab, so daß dieser Stab die stärkste Unterkommutierung aufweisen muß. Wenn die beiden ersten Stäbe ihre Kommutierung beendet haben, hat daher der letzte Stab [bei dem Falle Fig. 38] vermittels der Wirkung des Übergangswiderstandes einen Strom zu kommütieren, der unter Umständen beträchtlich größer ist wie der totale Strom $2i_a$. Da außerdem für den 3. Stab kaum eine merkliche Dämpfung in Frage kommt, muß am Ende seiner Kommutierungsperiode die größte Potentialdifferenz zwischen Lamelle und Bürste auftreten.

Die **Berechnung der Ablaufspannungen**, welche von den einzelnen Stäben erzeugt werden, ist, wenigstens mit einfachen Mitteln, unmöglich.

Bezeichnet $P_{b+\beta_{31}}$ die Ablaufspannung jener Lamelle, welche [für das Beispiel von 6 Stäben pro Nut] mit einem ersten Stabe der einen Nut und mit einem dritten Stabe der folgenden Nut verbunden ist, d. h. bezeichnet $P_{(b+\beta)_{31}}$ die Ablaufspannung, welche entsteht, wenn der erste Stab einer Nut seine Kommutierung beendet, und analog $P_{(b+\beta)_{12}}$ die vom 2. Stabe einer Nut, $P_{(b+\beta)_{23}}$ die vom dritten Stabe einer Nut

erzeugte Ablaufspannung, so sind alle 3 Ablaufspannungen voneinander verschieden, wie überhaupt jede der 3 Lamellen eine andere Kurve der Momentanwerte des Spannungsabfalles zwischen Bürste und Lamelle besitzt. Wollte man nun z. B. $P_{(b+\beta)_{31}}$ berechnen, so müßte man zunächst den Wert $P_{y_{12}}$ kennen, welchen im Moment des Ablaufens der betrachteten Lamelle die ihr im Kurzschluß folgende Lamelle besitzt [siehe S. 20]. Auch diese 3 Werte $P_{y_{12}}$, $P_{y_{23}}$ und $P_{y_{31}}$ sind verschieden groß und unbekannt, sobald die Bürstenbreite größer wie eine Lamellenbreite ist.

Außerdem müßte man noch die Stromänderungen kennen, welche im betrachteten Momente sich in den anderen Stäben der gleichen Nut vollziehen, denn die vollständige Gleichung z. B. für die Ablaufspannung des ersten Stabes lautet:

$$P_{b+\beta_{31}} - P_{y_{12}} = -e_{T_1} + L \cdot \left(\frac{di_{k_1}}{dt} \right)_{T_1} + M_{12} \left(\frac{di_{k_2}}{dt} \right) + M_{13} \left(\frac{di_{k_3}}{dt} \right),$$

wenn M_{12} und M_{13} die Koeffizienten der gegenseitigen Induktion bezeichnen oder, wenn man die durch Wirkung der gegenseitigen Induktion im ersten Stabe induzierte E.M.K.

$$M_{12} \cdot \left(\frac{di_{k_2}}{dt} \right) + M_{13} \cdot \left(\frac{di_{k_3}}{dt} \right) = \Sigma e_{m_1}$$

bezeichnet, so wird:

$$P_{b+\beta_{31}} = \frac{P_{y_{12}} - e_{T_1} + \Sigma e_{m_1}}{1 - \frac{e_{Rc}}{P_m}}.$$

In dieser Gleichung ist also weder $P_{y_{12}}$ noch Σe_{m_1} genau bekannt und daher eine Berechnung auf Grund dieser Formel zwecklos.

Immerhin läßt sich aber aus diesen kurzen Betrachtungen auch hier wieder der ausgleichende Einfluß des Übergangswiderstandes konstatieren, denn in die Gleichung für die vom 3. Stabe erzeugte Ablaufspannung

$$P_{b+\beta_{23}} = \frac{P_{y_{31}} - e_{T_3} + \Sigma e_{m_3}}{1 - \frac{e_{Rc}}{P_m}},$$

welche den ungünstigsten Wert der 3 verschiedenen Ablaufspannungen darstellt, tritt der Wert $P_{y_{31}}$ ein, welcher von allen 3 Werten P_y der günstigste ist, so daß also durch diese Wirkung des Übergangswiderstandes der Wert der maximalen Ablaufspannung etwas herabgedrückt wird.

Dieser Einfluß der Nuten in bezug auf gegenseitige Induktion ist es, der auch bei Maschinen mit künstlichen Kommutierungseinrichtungen eine Grenze für die Größe der zulässigen Reaktanzspannung je nach der Zahl der Leiter pro Nut zieht, und durch den man bei sehr großen oder sehr rasch laufenden Maschinen gezwungen werden kann, die Zahl der Leiter pro Nut auf zwei oder auch nur einen zu reduzieren.

C. Zusätzliche Bürstenverschiebung bei Nutenankern und Maschinen ohne besondere Kommutierungsvorrichtungen.

Da das Nutenfeld, namentlich bei den im Polzwischenraume vorhandenen geringen Zahnsättigungen, sehr klein ist, folgt daraus unmittelbar, daß alle Leiter, welche in der gleichen Nut liegen, im gleichen Augenblicke im nämlichen Felde rotieren. Es ist also [siehe Fig. 39] genau so, als ob die 6 Stäbe von Nut I in der Mittellinie dieser Nut, und die Stäbe der Nut II in der Mittellinie von Nut II konzentriert wären, während eigentlich, wie dies beim glatten Anker der Fall ist, alle Leiter gleichmäßig über dem Ankerumfange verteilt sein sollten. Daraus ergibt sich, daß die Kommutierungszonen der einzelnen Stäbe der Nut an verschiedenen Stellen des Feldes liegen [siehe Fig. 40], und es sind daher für die einzelnen Stäbe effektive Bürstenverschiebungen vorhanden, die von der geometrischen [an der Bürstenbrille gemessenen] Bürstenverschiebung erheblich abweichen. Diese zur geometrischen Bürstenverschiebung x_0 zu addierende oder hiervon zu subtrahierende, durch die Nuten verursachte, zusätzliche Bürstenverschiebung x_n beträgt maximal, wenn t_n = Nutenteilung bezeichnet:

$$\text{bei 4 Stäben pro Nut } x_n = \frac{1}{4} t_n = 0,5 \text{ Lamellen,}$$

$$\text{- 6 - - - } x_n = \frac{1}{3} t_n = 1,0 \quad \text{ ,}$$

$$\text{- 8 - - - } x_n = \frac{3}{8} t_n = 1,5 \quad \text{ .}$$

Sind also z. B. 8 Stäbe (Elemente) pro Nut vorhanden, so ist die maximale vorkommende Bürstenverschiebung:

$$x_{\max} = x_0 + \frac{3}{8} t_n$$

und die minimal vorkommende Bürstenverschiebung:

$$x_{\min} = x_0 - \frac{3}{8} t_n.$$

Diese Unterschiede sind bei normalen Maschinen durchaus nicht so klein, wie es auf den ersten Blick scheinen möchte. Bei der zu den Versuchen des Figurenblattes 12 verwendeten 4 poligen 12 KW-Maschine mit 4 Lamellen pro Nut ist beispielsweise die normale geometrische Bürstenverschiebung x_0 , reduziert auf den Ankerumfang $x_0 = 25$ mm; die Nutenteilung ist $t_n = 22,8$ mm, also ergibt sich:

$$x_{\max} = x_0 + \frac{3}{8} t_n = \mathbf{33,5 \text{ mm}}$$

$$x_{\min} = x_0 - \frac{3}{8} t_n = \mathbf{16,5 \text{ mm.}}$$

Außerdem kann durch die Nuten noch eine zweite zusätzliche Bürstenverschiebung zustande kommen, daß der durch die Wicklungsart bedingte **Nutenschritt** von der Größe der Polteilung abweicht. Diese Art der zusätzlichen Bürstenverschiebung kommt praktisch jedoch nur bei den gesehnten Wicklungen in Betracht und kann im allgemeinen vernachlässigt werden.

Sieht man nun zunächst von der schon oben untersuchten Wirkung der Nuten in bezug auf gegenseitige Induktion ab, und betrachtet man nur den Einfluß der zusätzlichen Bürstenverschiebung, so ergibt sich für einen normalen Generator, der von Leerlauf bis voller Last mit konstanter Bürstenverschiebung laufen muß, folgendes.

Bei **Leerlauf** ist ein zu großes Kommutierungsfeld vorhanden, das um so größer wird, je größer die Bürstenverschiebung ist; es wird also der **letzte Stab** der Nut, der die größte vorkommende effektive Bürstenverschiebung besitzt, die größte Spannungsdifferenz an seiner Ablaufkante erzeugen.

Bei **Vollast** dagegen ist das Kommutierungsfeld zu klein, da die Kommutierung meist in einem negativen Felde vor sich gehen muß; es wird also bei voller Last jener Stab die größte Spannungsdifferenz an seiner Ablaufkante erzeugen, der im schwächsten Felde kommutieren muß; das ist aber der **erste Stab** pro Nut, welcher die geringste effektive Bürstenverschiebung aufweist.

D. In bezug auf die **totale Wirkung der Nuten** durch gegenseitige Induktion und durch zusätzliche Bürstenverschiebung ergibt sich also beispielsweise für **normale Generatoren**, welche von Leerlauf bis Vollast mit konstanter Bürstenverschiebung arbeiten, folgendes:

1. Bei **Leerlauf** bewirkt sowohl die gegenseitige Induktion als auch die zusätzliche Bürstenverschiebung, daß die größte Spannungsdifferenz an der Ablaufkante durch den **letzten** Stab mit der maximalen effektiven Bürstenverschiebung erzeugt wird.

2. Bei **Vollast** will die gegenseitige Induktion bewirken, daß die größte Ablaufspannung durch den **letzten** Stab der Nut erzeugt wird, während die zusätzliche Bürstenverschiebung die stärkste Unterkommutierung in dem **ersten** Stabe einer Nut verursachen will. Bei voller Last wirken also beide Erscheinungen einander entgegen und gestalten dadurch die Verhältnisse etwas günstiger. Welche von beiden Wirkungen das Übergewicht hat, d. h. ob die größte Spannungsdifferenz vom ersten oder vom letzten Stabe erzeugt wird, hängt von der relativen Größe beider Wirkungen, d. h. von der Reaktanzspannung, der Nutenteilung im Verhältnis zur geometrischen Bürstenverschiebung, der Zahl der Leiter pro Nut und von dem Feldverlaufe in der Kommutierungszone ab.

In den praktisch vorkommenden Fällen zeigt sich, daß die Wirkung der zusätzlichen Bürstenverschiebung meistens jene der gegenseitigen Induktion überwiegt; man hätte daher für die Berechnung der Spannung an der Ablaufkante bei Leerlauf mit der maximal vorkommenden Bürstenverschiebung $x_{\max} = x_0 + x_n$ zu rechnen, während bei Vollast die minimal vorkommende Bürstenverschiebung $x_{\min} = x_0 - x_n$ in Betracht zu ziehen ist. Nur wenn man bei der maximalen Bürstenverschiebung unter die Polspitze kommt, hat man auch bei

Vollast die Verhältnisse für diese Bürstenverschiebung zu kontrollieren.

Bezüglich der Bürstenverschiebung bei **Leerlauf** dürften folgende **Versuche** interessieren, die an einer 4 poligen 12 KW-Maschine mit Reihenwicklung und 4 Bürstensätzen angestellt wurden, und welche in den Fig. 45 u. 46 des Figurenblattes 12 wiedergegeben sind.

Die Maschine lief bei diesen Versuchen mit 1100 Touren; bei verschiedenen Erregerströmen (d. h. bei verschiedenen Klemmenspannungen) wurden die Bürsten bei Leerlauf jeweils so weit verstellt, bis ganz schwache gleichmäßige Funken an der Ablaufkante auftraten. Für alle Punkte wurden die Bürstenpotentialkurven aufgenommen, die nur geringe Abweichungen voneinander ergaben und an der Ablaufkante eine mittlere Spannungsdifferenz von 6—6,4 Volt zwischen Lamelle und Bürste feststellten.

Außerdem wurde in Neutralstellung durch Aufnahme der Kollektorpotentialkurve bei 470 Volt Klemmenspannung die Feldkurve der Fig. 45 ermittelt, in welcher abhängig vom Polbogen die Spannungsdifferenzen zwischen zwei benachbarten Lamellen [d. h. also für 2 hintereinander geschaltete Elementengruppen] aufgetragen sind. Die maximale zusätzliche Bürstenverschiebung war bei einer Nutenteilung $t_n = 22,8$; $x_n = 8,5$ mm. In folgender Tabelle sind aus der Feldkurve die Spannungen e_{T_4}' ermittelt die durch Rotation im Felde in der letzten Spule pro Nut im Moment der Beendigung des Kurzschlusses induziert wurden, und zwar einmal ohne Berücksichtigung der zusätzlichen Bürstenverschiebung [mit e_{T_4}' bezeichnet], das zweitemal mit Berücksichtigung der zusätzlichen Bürstenverschiebung [in der Tabelle mit e_{T_4} bezeichnet].

Spannung =	500	400	325	250 Volt
x_0 =	28,5	32	36,5	42,5 mm
x_{max} =	37,0	40,5	45,0	51 mm
e_{T_4}' =	3,0	3,4	4,1	4,4 Volt
e_{T_4} =	3,4	3,2	3,1	2,7 Volt.

Da man bei kleinerer Spannung die Bürsten bis in ein Feld von geringerer Steilheit nach vorwärts verschieben kann, welches schon bei geringerem Mittelwerte stärkere Über-

kommutierung bedingt, muß der Wert e_{T_1} um so kleiner werden, je größer die Bürstenverschiebung ist. Bei dem Werte e_{T_1}' , der ohne Berücksichtigung der zusätzlichen Bürstenverschiebung gefunden ist, tritt aber das Umgekehrte auf, so daß also tatsächlich die zusätzliche maximale Bürstenverschiebung bei Leerlauf in Rechnung gesetzt werden muß.

Bezüglich des Einflusses der Nuten bei Belastung geben die Versuche der Kommutierungsdiagramme I—V Aufschluß, welche z. T. schon bezüglich des Übergangswiderstandes der Kohlenbürsten ausgewertet und auf S. 10 erläutert wurden.

Es kommen hier nun die Figuren 11, 14, 17, 20 und 23 in Betracht, in welchen die teils direkt gemessenen, teils gerechneten Ströme i_1 , i_2 , i_{k_1} , i_{k_2} in Abhängigkeit von der Zeit aufgetragen sind.

Der Kurzschlußstrom i_{k_1} gehört in jedem Diagramme zu einer Spule, welche als erste in den Nuten liegt, während der Kurzschlußstrom i_{k_2} der zweiten Spule derselben Nuten angehört. Da nun die Maschine 4 Elemente pro Nut besitzt, waren die Bürsten so eingestellt worden, daß 2 übereinander gelegene Elemente der gleichen Nut gleichzeitig aus dem Kurzschluß [unter Bürsten verschiedener Polarität!] austraten.

Die bei den einzelnen Versuchen vorhandenen Belastungen und Klemmenspannungen sind auf den Figurenblättern angegeben. Die Kommutierungsdiagramme I—III wurden bei Neutralstellung der Bürsten aufgenommen, während bei den Versuchen der Kommutierungsdiagramme IV u. V die Bürsten um ca. 1,5 Lamellen verschoben waren.

Alle Versuche zeigen übereinstimmend sowohl 1. die Wirkung der gegenseitigen Induktion von Stäben der gleichen Nut als auch 2. den Einfluß der zusätzlichen Bürstenverschiebung.

ad 1. Wenn Elementengruppe 1 (siehe Verlauf des Kurzschlußstromes i_{k_1}) gegen Ende ihrer Kommutierungsperiode durch Wirkung des Übergangswiderstandes gezwungen wird, ihre Stromwendung im richtigen Sinne zu vollziehen, tritt gleichzeitig, veranlaßt durch die gegenseitige Induktion, in der 2. Elementengruppe (siehe Kurzschlußstrom i_{k_2}) bedeutend stärkere Unterkommutierung auf als wie in derselben Phase des Kurzschlusses in der ersten Elementengruppe. Besonders stark zeigt sich diese Erscheinung im Kommutierungsdiagramm I,

Fig. 11, weil bei der dort vorhandenen Belastung von 20 Amp. das kommutierende Feld bei Neutralstellung der Bürsten an und für sich starke Unterkommütierung bedingt. Auch im Kommutierungsdiagramme II, Fig. 14, zeigt sich die plötzliche Unterkommütierung des Stromes i_{k_2} in dem Momente, wo Strom i_{k_1} seine Kurzschlußperiode beendet, sehr deutlich.

ad 2. Weiterhin beweisen diese Versuche aber auch, daß die Wirkung der zusätzlichen Bürstenverschiebung eine ganz beträchtliche ist, obwohl sie hier nur relativ klein sein kann, weil nur 4 Elemente pro Nut vorhanden sind. Trotzdem ergeben alle 5 Kommutierungsdiagramme, daß infolge der zusätzlichen Bürstenverschiebung der 2. Stab in einem stärkeren Felde kommutiert wie der 1. Stab, denn es zeigt sich in allen 5 Kommutierungsdiagrammen, daß die 2. Elementengruppe der Nut [siehe Strom i_{k_2} und Lamellenstrom i_2] die Kommutierung mit viel kleinerer Ablaufspannung beendet wie die 1. Elementengruppe [siehe Kurzschlußstrom i_{k_1} und Lamellenstrom i_1].

Besonders auffallend tritt diese Erscheinung auf bei den mit vorgeschobenen Bürsten aufgenommenen Diagrammen IV und V, bei welchen der Strom i_{k_1} noch mit beträchtlicher Unterkommütierung gewendet wird, während die Kurven des Kurzschlußstromes i_{k_2} bereits Überkommütierung gegen Ende der Kurzschlußperiode aufweisen.

Dieselben Erscheinungen kann man übrigens auf sehr einfache Weise an jeder beliebigen Maschine dadurch nachweisen, daß man an der Ablaufkante eine kleine Hilfsbürste anorden und mittels des Oszillographen die Momentanwerte des Spannungsabfalles unter der Ablaufkante ermittelt.

VI. Ermittlung praktischer Kommutierungsbedingungen.

An moderne Maschinen ohne Kommutierungsvorrichtungen stellt man bekanntlich die Anforderung, daß sie von Leerlauf bis Vollast mit konstanter Bürstenverschiebung laufen können.

Da erfahrungsgemäß bei größeren Maschinen die Grenzen der zulässigen Belastung in erster Linie durch die Funkenbildung und erst in zweiter Linie durch Wirkungsgrad und Erwärmung gezogen sind, handelt es sich bei Ermittlung der Belastungsfähigkeit solcher Maschinen um die Beantwortung folgender zwei Fragen: 1. Wie weit können bei Leerlauf die Bürsten aus der neutralen Zone verschoben werden, ohne daß die zulässige Funkengrenze überschritten wird; 2. wie stark kann die Maschine bei dieser Bürstenstellung belastet werden ohne Überschreitung der zulässigen Funkengrenze.

Maßgebend für das Funken ist die maximal auftretende Ablaufspannung in den beiden oben genannten Fällen, welche die zulässige Funkengrenze nicht überschreiten darf.

Diese Grenze ist aber nach den auf S. 15 diskutierten Versuchen von der Größe der effektiven Stromdichte in der Weise abhängig, daß sie bei Leerlauf höher liegt wie bei Belastung.

Nimmt man nun an, daß für jeden der beiden Fälle die Grenze für $P_{b+\beta \max} = P_{FK}$ bekannt ist, so ist doch aus der (auf S. 39) abgeleiteten Gleichung für $P_{b+\beta}$:

$$P_{b+\beta} = \frac{-e_T + \sum e_m + P_y}{1 - \frac{e_{Kc}}{P_m}}$$

die Ermittlung der maximal zulässigen, in der Spule induzierten Spannung e_T in genügend genauer Weise unmöglich aus folgenden Gründen.

1. Das Verhältnis $\frac{e_{Rc}}{P_m}$ ist nicht genau bekannt, weil dasselbe schon bei Funkenfreiheit mit dem Werte P_m abhängig von der Größe der effektiven Stromdichte unter der Bürste ist und sich außerdem noch ändert, wenn die Funkengrenze erreicht ist.

2. Der Wert Σe_m hängt zwar in erster Linie von der Anordnung der Leiter in der Nut ab, in zweiter Linie aber auch noch von der Art des Feldverlaufes und von der Größe der durch die Nuten bedingten zusätzlichen Bürstenverschiebung.

3. Ebenso hängt auch der Wert P_y von den gleichen Umständen ab und ist außerdem noch sehr verschieden, je nach der Art der Wicklung.

4. Bei Bürsten mit hohem Querwiderstand ist außerdem die Funkengrenze nicht das allein maßgebende Kriterium für ihre Kommutierungseigenschaften.

Die einwandfreieste Methode zur Ermittlung praktischer Kommutierungsbedingungen ist daher diejenige, welche durch direkte Versuche die Kommutierungsgrenzen der verwendeten Kohlensorte an der betr. Maschinentype, Wicklungsart und Nutenanordnung der Leiter bestimmt.

Derartige Versuche können beispielsweise nach der Art der auf Figurenblatt 12 wiedergegebenen angestellt werden, welche an einer 4poligen 12 KW-Maschine — normal 1100 Touren, 470 Volt, 8 Elemente pro Nut, Reihenwicklung, 2 Bürstensätze pro Polarität — die Kommutierungsgrenzen der betr. Kohlensorte zu ermitteln bezweckten. Bezüglich der Kommutierungsgrenzen bei Leerlauf sind diese Versuche schon auf S. 43 beschrieben und die direkten Versuchsergebnisse in Fig. 46 wiedergegeben.

In ganz ähnlicher Weise wurden auch die Kommutierungsgrenzen bei Belastung gefunden. Die Bürsten wurden der Reihe nach in verschiedene Stellungen gebracht, und in jeder Stellung wurde für mehrere Werte des Erregerstromes, d. h. für verschiedene Klemmenspannungen, jener Belastungsstrom im Dauerbetrieb ermittelt, welcher gerade noch funkenfrei [mit ganz geringen gleichmäßigen Funken an der Ablaufkante] kommutiert wurde. In Fig. 47 ist für die verschiedenen Bürsten-

verschiebungen je dieser Belastungsstrom in Abhängigkeit von dem Feldstrome aufgetragen.

Die Diagramme der Fig. 46 u. 47 wurden in den Diagrammen Fig. 48 u. 49 allgemeiner ausgewertet.

Zunächst wurden für Leerlauf die effektiven maximalen Bürstenverschiebungen $x_{\max} = x_0 + x_n$ ermittelt und auf den halben Polzwischenraum x_p [siehe Fig. 45] bezogen. Ferner wurde für die einzelnen in Fig. 46 angegebenen Klemmenspannungen die mittlere Spannung e_m zwischen zwei Lamellen ermittelt. Beide Größen: $\frac{x_{\max}}{x_p}$ und e_m wurden dann in Fig. 48 in Abhängigkeit voneinander aufgetragen, und es ergibt sich aus diesem Diagramme notwendigerweise, daß die maximal zulässige Bürstenverschiebung $x_{\max}$ um so kleiner wird, je größer die mittlere Spannungsdifferenz zwischen zwei Lamellen wird.

Analog wurden für die Punkte des Belastungsdiagrammes, Fig. 47, zunächst die effektiven minimalen Bürstenverschiebungen $x_{\min} = x_0 - x_n$ berechnet, dann wieder die mittlere Spannung e_m zwischen zwei Lamellen bestimmt und endlich die Ankerampèrewindungen AW_a sowie jener Teil AW_r der Feldampèrewindungen [aus den Magnetisierungskurven] ermittelt, der auf die Magnetisierung von Luftzwischenraum plus Zähne entfiel. Durch das Verhältnis $AW_r : AW_a$ ist dann der Feldverlauf im Polzwischenraume bestimmt, und in Abhängigkeit von diesem Verhältnisse wurden für verschiedene minimale Bürstenverschiebungen $x_{\min}$ diejenigen Volt e_m aufgetragen, welche [nach Diagramm Fig. 47] die Kommutierung an die Funkengrenze bringen. Aus diesem Diagramm, Fig. 49, ist zunächst der Einfluß des Verhältnisses $AW_r : AW_a$ sowie der mittleren Spannung e_m zwischen zwei Lamellen auf die Kommutierung zu ersehen, dann aber kann dieses Diagramm zusammen mit Fig. 48 auch benutzt werden, um in einem ähnlichen Falle [gleiche Maschinentype, Kohlensorte, Wicklungsart, Nutenanordnung, Reaktanzspannung usw.] die Kommutierungsgrenzen vorauszubestimmen.

Ermittelt man derartige Diagramme an der gleichen Maschine bei verschiedenen Tourenzahlen, so gibt deren Vergleich Aufschlüsse über den Einfluß der Reaktanzspannung;

stellt man solche Versuche noch bei Maschinen mit verschiedenen Wicklungsarten und Nutenanordnungen der Leiter an, so kann man auch den Einfluß der Wicklungsart und der Nutenanordnung ermitteln und auf diese Weise einwandfreie Grundlagen zur allgemeinen Vorausbestimmung der Kommutierungsgrenzen erhalten, die besonders dann noch allgemeiner ausgewertet werden können, wenn man dabei [z. B. oszillographisch] die Momentanwerte des Spannungsabfalles unter der Ablaufkante aufnimmt.

VII. Anhang: Kommutierung von Wechselstrom.

Für die Kommutierung von Wechselstrom gelten ohne weiteres die auch für die Kommutierung von Gleichstrom abgeleiteten Beziehungen.

Macht man die praktisch zulässige Annahme, daß die Kommutierungszeit klein sei gegenüber der Periode des Wechselstromes, so ist auch hier von dem Werte $+i_a$ auf den Wert $-i_a$ zu kommutieren; unter der gleichen Annahme ergibt sich ferner, daß die Änderungsgeschwindigkeit des Wechselstromes gegenüber derjenigen des Kurzschlußstromes nicht in Betracht kommt, so daß also die gewöhnliche Kommutierungsgleichung auch für Wechselstrom angewendet werden kann.

Soll nun z. B. der Strom von $+i_a$ auf $-i_a$ **geradlinig** kommutiert werden, so muß in der momentan kurzgeschlossenen Spule eine E.M.K.

$$e_{Rc} = \frac{2i_a \cdot L}{T}$$

induziert werden, welche dieselbe Richtung wie der Strom nach der Kommutierung in der Spule besitzen muß.

Da nun $-i_a$ nach einer Sinusfunktion variiert, muß auch synchron mit diesem Strome die ideale Wendespannung e_{Rc} sinoidalen Verlauf haben, und sie muß, wenn man sie als Vektor

in der üblichen Weise darstellen will, in der Richtung von — i_a aufgetragen werden [siehe Fig. 51 des Figurenblattes 13].

Bei dieser geradlinigen Kommutierung ist dann in einem jeden Moment der Spannungsabfall unter der Bürste an allen Stellen derselbe und variiert zeitlich ebenfalls nach einer Sinusfunktion. Der Effektivwert P_{eff} dieses Spannungsabfalles ist nach den Resultaten der im Kap. II. wiedergegebenen Versuche von der gleichen Größe wie jener Spannungsabfall, welcher unter der Bürste als konstanter Wert dann auftritt, wenn man den Gleichstrom vom Werte $J_{\text{gl}} = J_{\text{eff}}$ geradlinig kommutiert.

Da nun der Maximalwert des zu kommutierenden Wechselstromes bei sinoidalem Verlaufe desselben $1/\sqrt{2}$ mal größer ist, ist also auch der Maximalwert des unter der Bürste auftretenden Spannungsabfalles schon bei geradliniger Kommutierung $1/\sqrt{2}$ mal größer wie jener Wert, der bei geradliniger Kommutierung eines effektiv gleichwertigen Gleichstromes vorhanden ist.

Liegt also nicht geradlinige Kommutierung, sondern der allgemeine Fall vor, so ist nach obigem sofort einzusehen, daß bei gleichem zulässigen Maximalwert der Ablaufspannung bei der Kommutierung von Wechselstrom viel kleinere Abweichungen des kommutierenden Feldes zulässig sind wie bei der Kommutierung eines dem Wechselstrom effektiv gleichwertigen Gleichstromes.

Für die Berechnung der Momentanwerte der Ablaufspannung gelten auch bei Wechselstrom die auf S. 20 abgeleiteten Beziehungen:

$$(b > \beta): P_{b+\beta} = \frac{P_y - e_T}{1 - \frac{e_{Rc}}{P_m}}$$

$$(b < \beta): P_{b+\beta} = P_m + \frac{-e_{zT}}{1 - \frac{e_{Rc}}{P_m}}.$$

Es sind nur bei der Berechnung eines solchen Momentanwertes auch die im gleichen Augenblicke vorhandenen Momentanwerte von P_y und e_T resp. P_m und e_{zT} in diese Gleichung einzusetzen.

Die genaue Berechnung der Ablaufspannung ist auch hier wieder nur dann möglich, wenn die Bürstenbreite kleiner wie

eine Lamellenbreite ist, und zwar kann man dann die Ablaufspannung in der für Wechselstromgrößen üblichen Weise durch einen Vektor darstellen, wie dies beispielsweise in Fig. 51 geschehen ist.

Es ist in diesem Diagramme ein einfacher Wechselstromserienmotor ohne Wendepole zugrunde gelegt. Bekanntlich werden bei einem solchen Motor in der kurzgeschlossenen Ankerspule zwei verschiedene äußere elektromotorische Kräfte induziert:

1. durch Rotation in dem von Magnetwicklung und Anker im Polzwischenraume erzeugten Felde eine E.M.K. e_{rot} , die als Vektor in Phase mit dem Strome $+ i_a$ dargestellt werden kann, und deren Größe aus dem an der Kommutierungsstelle vorhandenen Felde zu ermitteln ist;

2. durch transformatorische Wirkung des die kurzgeschlossene Spule durchsetzenden Hauptfeldes N eine E.M.K. e_{trans} , welche diesem Felde um 90° in der Phase nacheilt.

Da die ideale Wendespannung e_{Rc} in Phase mit dem Strome $- i_a$ sein muß, kann demnach die zusätzliche Spannung e_z der kurzgeschlossenen Spule in der gezeichneten Weise dargestellt werden. In Phase mit e_z ist, da der Quotient e_{Re}/P_m eine Konstante ist, auch der Ausdruck $\frac{e_z}{1 - e_{Re}/P_m}$; in Phase mit dem äußeren Strome ist ferner die Spannung $- P_m$, welche zur Überwindung des mittleren Bürstenübergangswiderstandes aufgewendet werden muß; für den negativen Wert der Ablaufspannung:

$$- P_{b+\beta} = - P_m + \frac{e_z}{1 - e_{Re}/P_m}$$

ergibt sich demnach die in Fig. 51 gezeichnete vektorielle Darstellung.

Wenn man nun bedenkt, daß schon Gleichstrommotoren, welche in Neutralstellung laufen müssen, z. B. Bahnmotoren, Schwierigkeiten in bezug auf funkenfreien Gang machen, obwohl bei denselben die transformatorische E.M.K. fehlt, und wenn man weiter bedenkt, daß bei Wechselstrom $1/\sqrt{2}$ mal größere Momentanwerte auftreten, so ist wohl ohne weiteres einzusehen,

daß Wechselstromserienmotoren ohne besondere Kommutierungsvorrichtungen nur für kleine Leistungen und niedrige Ankerspannung bei Verwendung härtester Kohlsorten funkenfrei gebaut werden können.

Man hat nun früher aus diesem Grunde versucht, den Kurzschluß der Ankerspulen durch Verwendung zweier oder mehrerer voneinander unabhängiger Ankerwicklungen zu vermeiden, doch mußte dieses Auskunftsmittel vollkommen versagen, weil diese periodische Umladung des Stromes von der einen auf die andere Ankerwicklung zu noch größeren Ablaufspannungen führt wie die Kommutierung.

Es zeigen dies folgende einfache Überlegungen an Hand der schematischen Darstellung des Umladevorganges in Fig. 50:

Den ganzen Strom J führt in der gezeichneten momentanen Ankerstellung Wicklung I, und Wicklung II beginnt eben unter die Bürsten zu treten.

Bezeichnet man nun:

- $\mathcal{A}$ = Klemmenspannung zwischen den Bürsten B' u. B'' ,
- E_d = induzierte E.M.K. in jeder Wicklung,
- R_1 = Ohmscher Widerstand pro Wicklung,
- P_1' u. P_1'' = Spannungsabfälle der zu Wicklung I gehörigen Lamellen L_1' u. L_1'' unter den Bürsten,
- P_2' u. P_2'' = Spannungsabfälle der zu Wicklung II gehörigen Lamellen L_2' u. L_2'' unter den Bürsten,

und macht man ferner die vorläufige Annahme, daß beide Wicklungen streuungsfrei miteinander verkettet seien, so gilt für Wicklung I:

$$\mathcal{A} = E_d + J_1 R_1 + P_1' + P_2''; \quad P_1' = P_2'' = P_m.$$

Für Wicklung II:

$$\mathcal{A} = E_d + P_{20}' + P_{20}''$$

oder

$$P_{20}' + P_{20}'' = J_1 R_1 + 2 P_m.$$

Man kann nun praktisch nicht annehmen, daß beide Lamellen L_2' und L_2'' genau gleichzeitig unter ihren Bürsten auflaufen; es wird vielmehr im allgemeinen die eine Lamelle schon einen, wenn auch kleinen, aber immerhin endlich großen Teil

ihrer Bürste bedecken, wenn die andere Lamelle unter ihre Bürste einzutreten beginnt, und diese Lamelle muß dann vermittelst des Überganges eines Stromes $(di)_0$ die ganze Potentialdifferenz:

$$P_0 = J_1 R_1 + 2 P_m$$

als **Auflaufspannung** aufnehmen. Den gleichen Wert erhält man unter der Annahme streuungsfreier Verkettung für die **Ablaufspannung**.

R_1 ist nun in dieser Gleichung der Widerstand einer Wicklung und hat, da zwei Wicklungen in den Nuten untergebracht werden müssen, ziemlich erheblichen Wert. Bei Wechselstrom sind die Maximalwerte von $J_1 R_1$ und P_m wieder $\sqrt{2}$ mal größer wie die Effektivwerte.

Man erhält auf diese Weise schon ohne Berücksichtigung der gegenseitigen Streuung beider Wicklungen bei Nachrechnung praktischer Beispiele Werte für die Ablaufspannung, die jenseits der Funkengrenzen harter Kohlen liegen.

Berücksichtigt man aber noch, daß praktisch die Streuung zwischen beiden Wicklungen ca. 5—10 Proz. beträgt, so erhält man zwar für die Auflaufspannung günstigere, dagegen für die Ablaufspannung bedeutend ungünstigere Werte. Tatsächlich versagen auch praktisch alle Mittel, den Kurzschluß zu vermeiden, denn für die einfache Kommutierung tauscht man eine Umladung mit beträchtlich größeren Selbstinduktionen ein, bei welcher die oben besprochene Wirkung der Ohmschen Widerstände noch verschlechternd mitwirkt.

Bessere Bedingungen können auf Grund des Diagrammes Fig. 52 gefunden werden, welches die **Möglichkeiten geradliniger Kommutierung bei Wechselstromserienmotoren** erörtert:

Will man bei diesen Motoren trotz der transformatorisch induzierten E.M.K. den Strom in der kurzgeschlossenen Ankerspule geradlinig wenden, so muß man diese Spule in einem Hilfsfelde H_w (siehe Fig. 52) rotieren lassen, welches in derselben eine E.M.K. e_{rot} rotorisch induziert, so zwar, daß die in jedem Momente in der Spule vorhandene resultierende E.M.K. gleich dem Momentanwerte der idealen Wendespannung ist, d. h. Phase und Größe der Rotations-E.M.K. e_{rot} (und damit auch des Hilfsfeldes H_w) muß so gewählt werden, daß die

geometrische Resultierende aus e_{rot} und e_{trans} den Vektor der idealen Wendespannung e_{rc} ergibt.

Das zur Erreichung dieses Zweckes nötige Hilfsfeld H_w kann dadurch erzeugt werden, daß man Hilfspole zwischen den Hauptpolen anordnet, deren Wicklung von einem Strome i_w durchflossen wird (siehe Fig. 52), welcher die gezeichnete Phasenverschiebung α gegenüber dem Hauptstrome besitzt. Die Windungszahl dieser Hilfspolwicklung ist so zu wählen, daß sie die Ampèrewindungen AW_w besitzt.

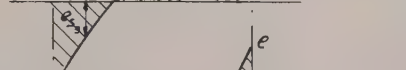
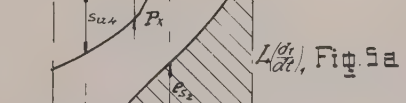
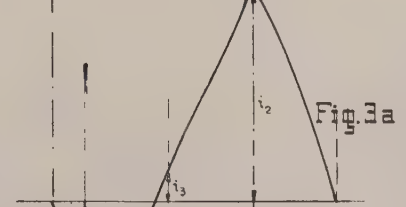
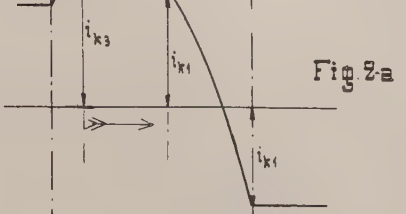
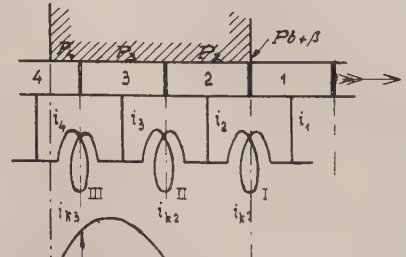
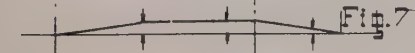
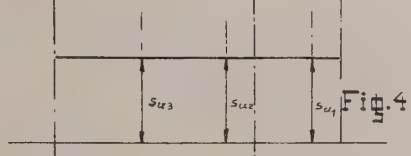
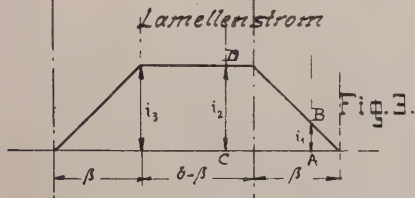
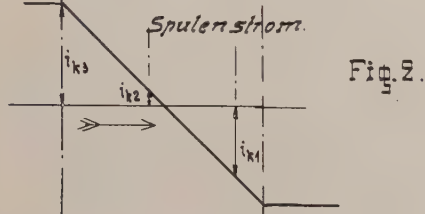
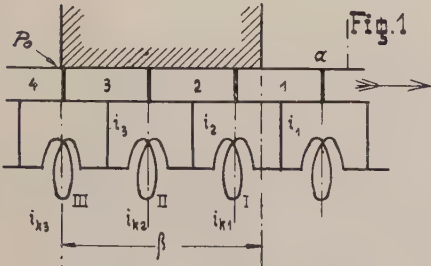
Die resultierenden Ampèrewindungen für den Flux des Hilfspoles setzen sich dann zusammen aus den Ankerampèrewindungen AW_a und den Wendepolampèrewindungen AW_w , und bei richtiger Wahl der letzteren sind diese resultierenden AW_r und das denselben entsprechende Hilfsfeld H_w in Phase mit der für geradlinige Kommutierung nötigen Rotations-E.M.K. e_{rot} (siehe Fig. 52).

Die Nacheilung des Wendepolstromes i_w um den Winkel α gegenüber dem Hauptstrome läßt sich nach den vom Verfasser im Januar 1904 auf Grund vorstehenden Diagrammes angegebenen Anordnungen der Figuren 53 und 54 dadurch erreichen, daß man die Wendepole in Serie mit dem Anker legt und parallel zur Wendepolwicklung entweder einen Ohmschen Widerstand oder einen Kondensator geeigneter Größe schaltet.

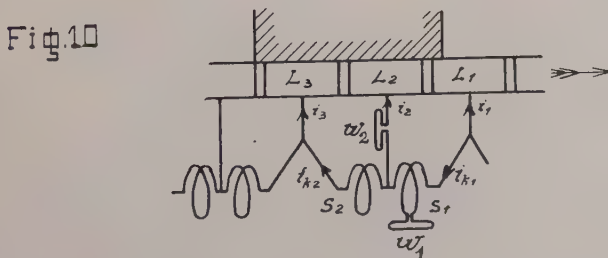
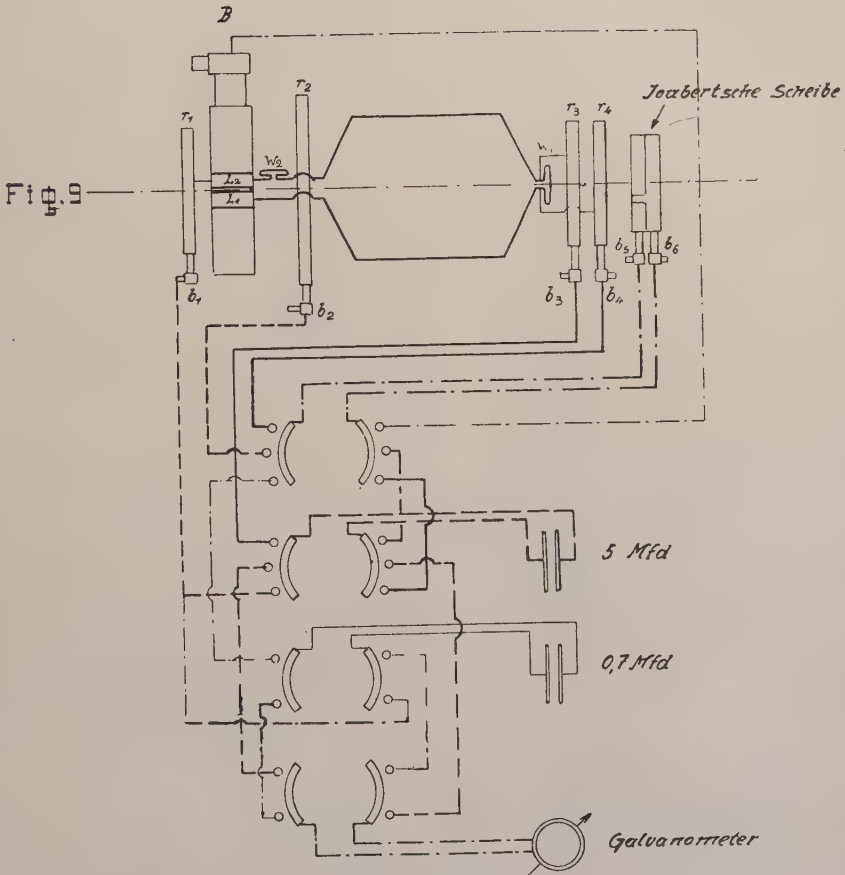
Die richtige kommutierende Spannung e_{rc} ist bei diesen Anordnungen selbstverständlich nur bei einer bestimmten, jedoch frei wählbaren Tourenzahl vorhanden, während bei anderen Tourenzahlen und ungeänderter Schaltung in der kurzgeschlossenen Spule zusätzliche elektromotorische Kräfte auftreten, welche sich leicht ermitteln lassen.

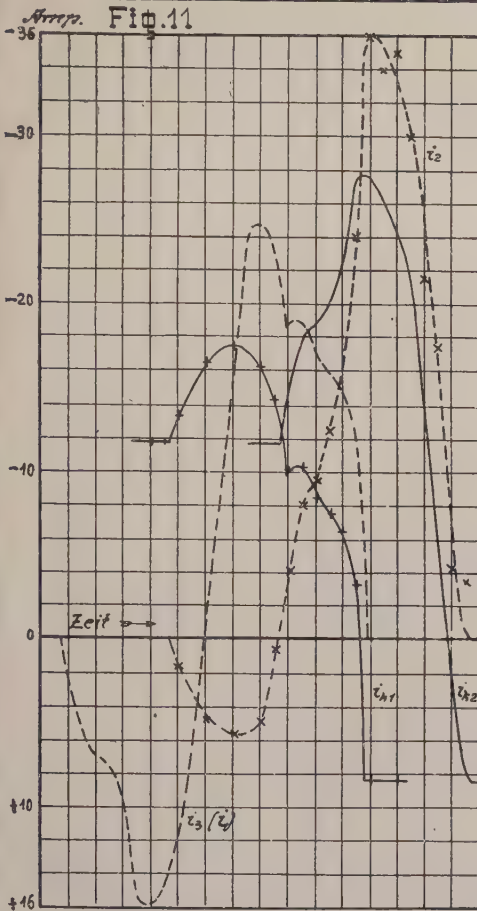
Besonders einfach ist diese Art der Kompensierung der transformatorischen Spannung bei Drehstromserienmotoren. Es ist bei denselben nicht nötig, Widerstand oder Kapazität zur Wendepolwicklung parallel zu schalten, sondern man kann auf jedem Wendepole zwei Wicklungen anordnen, deren jede von einem der 3 Leitungsströme durchflossen wird, und deren Windungszahlen so zu wählen sind, daß die aus beiden Wendepolwicklungen und der Ankerwicklung resultierenden AW_r richtige Phase und Größe besitzen.

Kommutierungscharakteristiken.



Schaltungsschema zu den Versuchen Bl. 3-7.





Kommutierungs- diagramme I.

[Negative Bürste]
[2 Bürsten liegen auf.]

1200 Touren, 107 Volt
20,0 Amp.

[Maschine I.]

$$S_{\text{ueff}} = 12,5 \text{ Amp./cm}^2$$

Fig. 11: Momentanwerte der
Ströme.

Fig. 12: Momentanwerte der
Stromdichte und der
Übergangsspannung.

Fig. 13: Abhängigkeit der Über-
gangsspannung von
der Stromdichte

Fig. 12

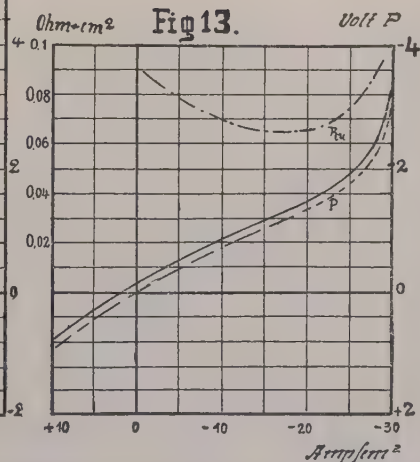
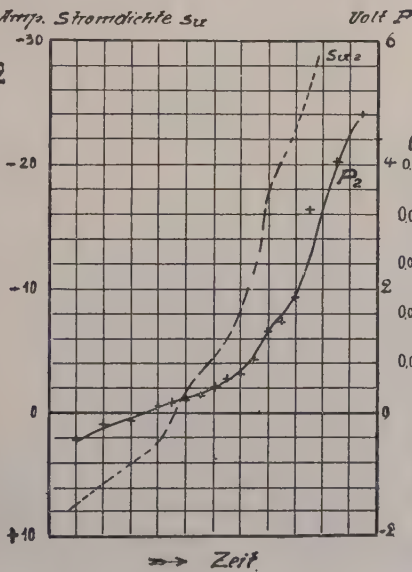
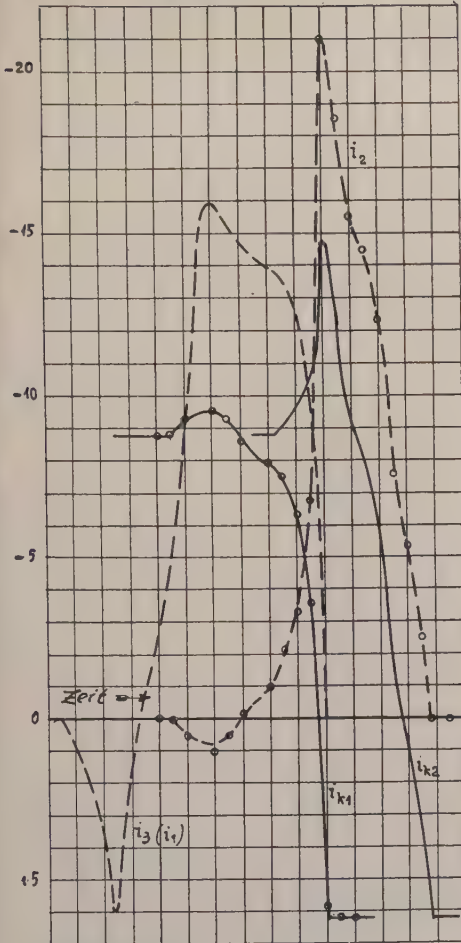


Fig. 14



Kommutierungs- diagramme II.

[Negative Bürste]
[1 Bürsteltegt auf]

1200 Touren, 110 Volt
15 Amp.

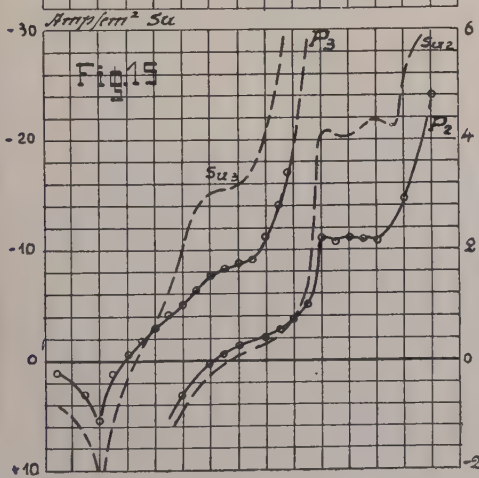
[Maschine I]

$s_{u \text{ eff}} = 10,3 \text{ Amp/cm}^2$

Fig. 14: Momentanwerte der
Ströme.

Fig. 15: Momentanwerte der
Stromdichte und der
Übergangsspannung.

Fig. 16: Abhängigkeit der Über-
gangsspannung von
der Stromdichte.



6 Volt P

Fig 16

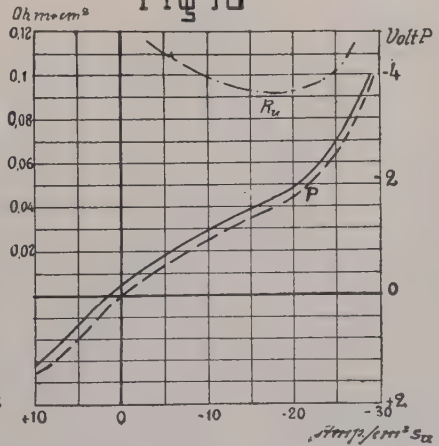
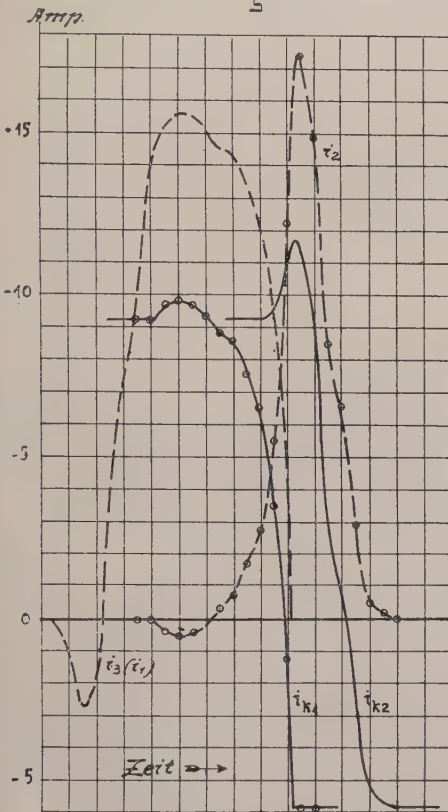


Fig. 17



Kommutierungs- diagramme III

[Negative Bürste]

[1 Bürste liegt auf.]

1200 Touren, 190 Volt
15 Amp.

[Maschine I]

$$s_{u \text{ eff}} = 8,2 \text{ Amp./cm}^2$$

Fig. 17. Momentanwerte der
Ströme.

Fig. 18: Momentanwerte der
Stromdichte und der
Übergangsspannung.

Fig. 19: Abhängigkeit der Über-
gangsspannung von
der Stromdichte.

Fig. 18

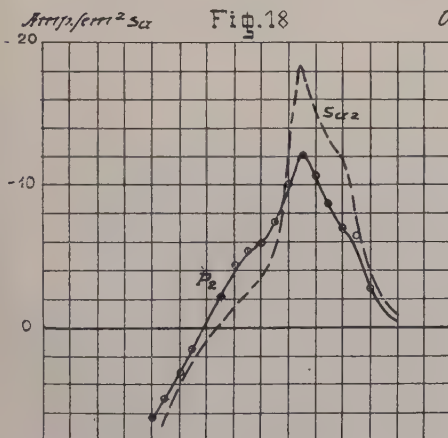
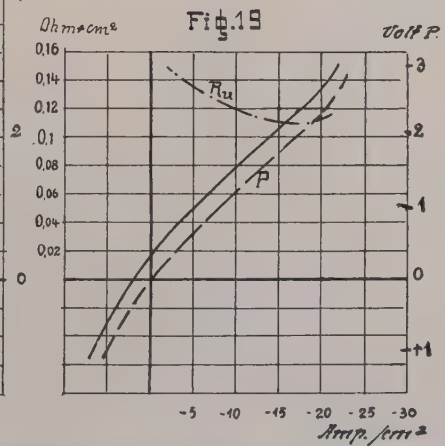
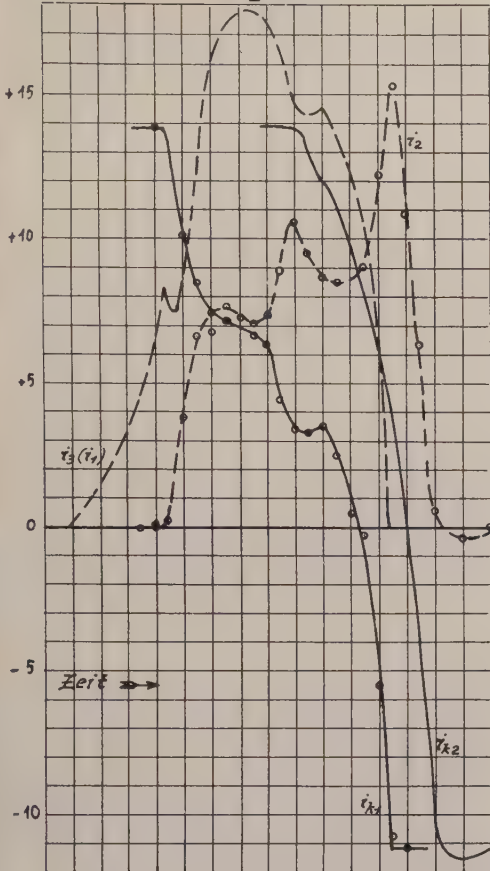


Fig. 19



Armp.

Fig. 20.



Kommutierungsdiagramme IV.

[Positive Bürste.]

2 Bürsten liegen auf.

1200 Touren, 140 Volt.

25 Armp.

$$s_{u \text{ eff}} = 6,7 \text{ Amp/cm}^2$$

Fig. 20: Momentanwerte der Ströme

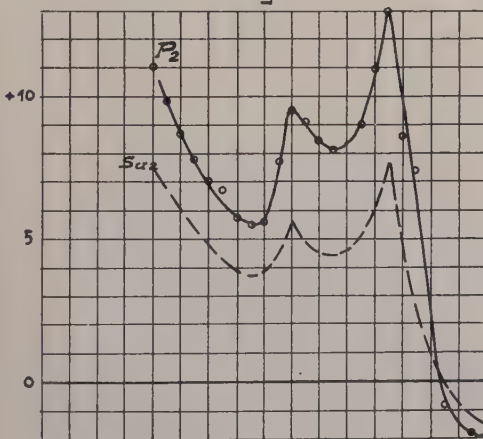
Fig. 21: Momentanwerte der Stromdichte und der Übergangsspannung.

Fig. 22: Abhängigkeit der Übergangsspannung von der Stromdichte.

Amp/cm² s_{ux}

Fig. 21

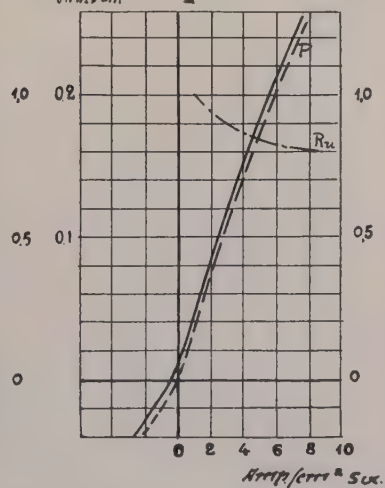
Volt P

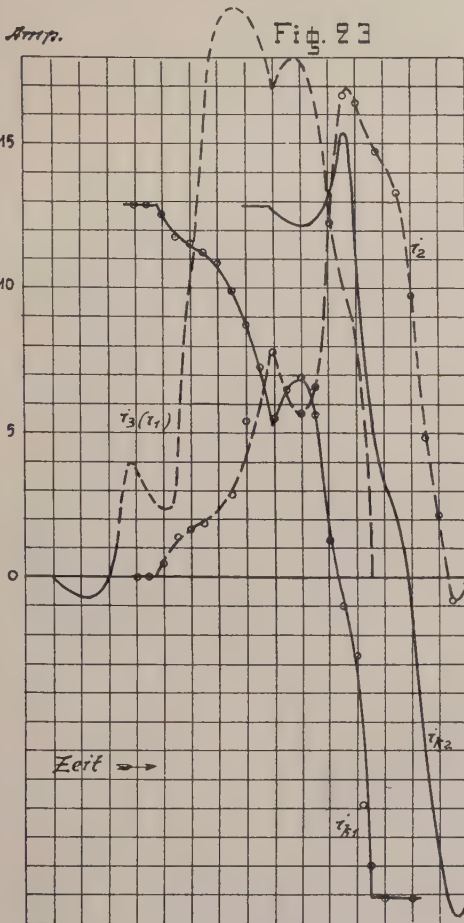


Ohm+cm

Fig. 22

Volt P





Kommutierungsdiagramme V.

Positive Bürste.

1200 Touren, 100 Volt

25 Amp.

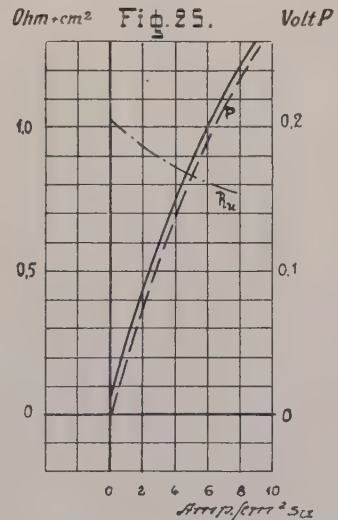
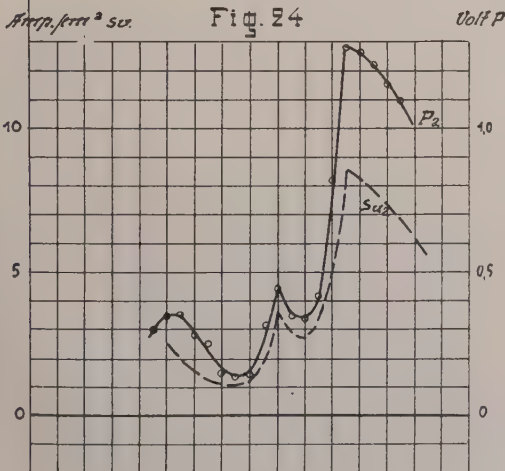
$s_{\text{eff}} = 8,0 \text{ Amp./cm}^2$

2 Bürsten liegen auf.

Fig. 23: Momentanwerte der Ströme.

Fig. 24: Momentanwerte der Stromdichte und der Übergangsspannung.

Fig. 25: Abhängigkeit der Übergangsspannung von der Stromdichte.



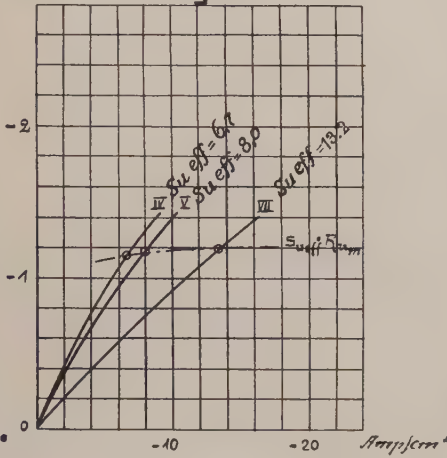
Verhalten von Kohlenbürsten.

A. Übergangswiderstand.

Stromrichtung Metall-Kohle

Volt P

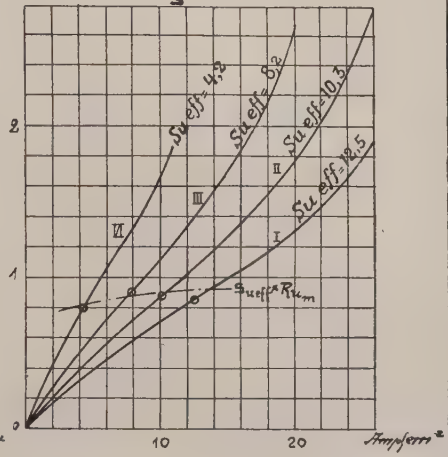
Fig. 26



Stromrichtung Metall-Kohle

Volt P

Fig. 27.



B. Funkenfrequenz.

Fig. 28

Stromrichtung Metall-Kohle

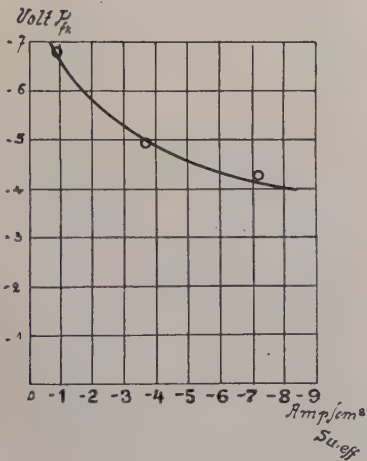
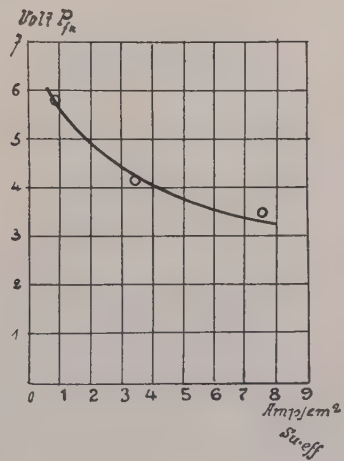


Fig. 29

Stromrichtung Kohle-Metall

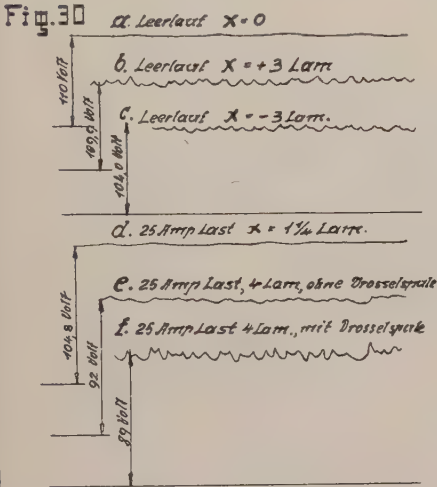


Secundäre Wirkungen der Kurzschlussströme.

1. Strom u. Spannungsschwankungen.

Oscillographische Aufnahmen an Masch. I.

Spannungskurven.



Kurven des Ankerstromes.

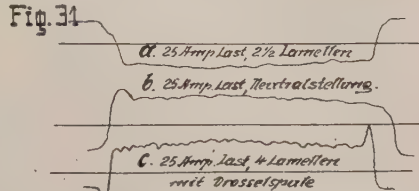
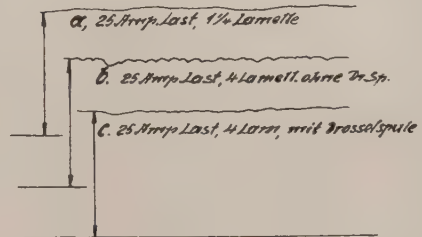


Fig. 32 Kurven des äußeren Stromes.



2. Magnetische Wirkungen.

aufgenommen an Wendepolmaschine II.

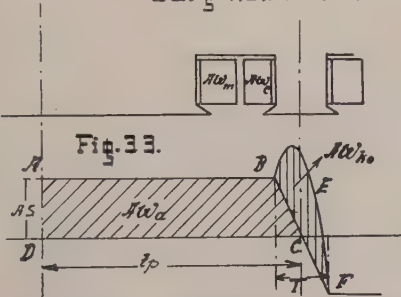


Fig. 35 Bürstenpotentialkurven zu Fig. 34

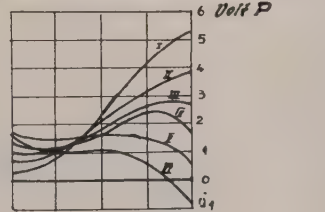


Fig. 34 Amperewindungen der Kurzschlussströme

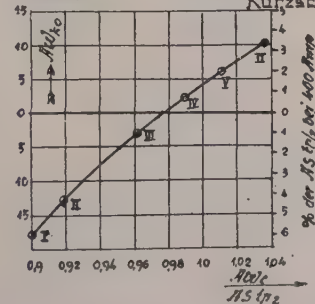
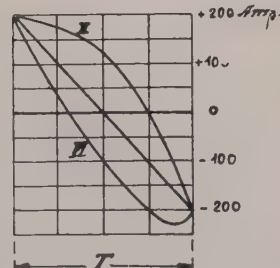


Fig. 36 Kurzschlussströme zu Fig. 34



Einfluß der Nuten auf die Kommutierung.

a: Inbezug auf gegenseitige Induktion.

Fig. 37 Nötige Felder bei
geradliniger Kommutierung.

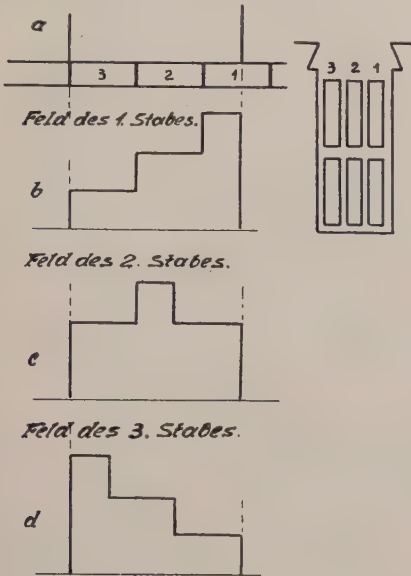
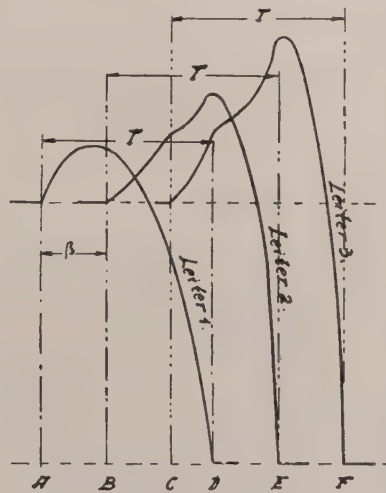


Fig. 38 Verschiedenheit
der Kurzschlußkurven bei
gleichem Felde.



b: Inbezug auf Bürstenverschiebung.

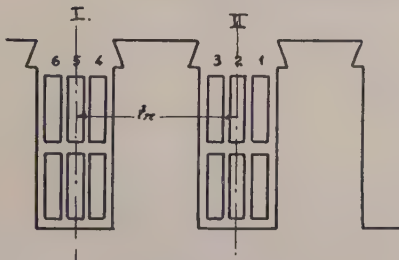
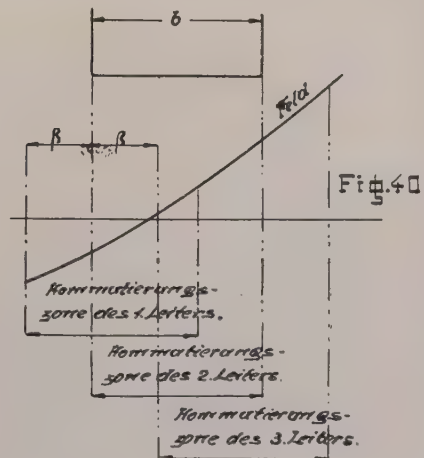
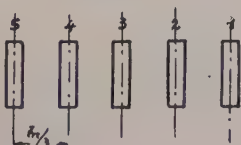


Fig. 39



Einfluß der Wicklungsart.

A Beispiel: 4 poltge Reihenwicklung mit 2
Bürstensätzen pro Polarität.

Fig.41

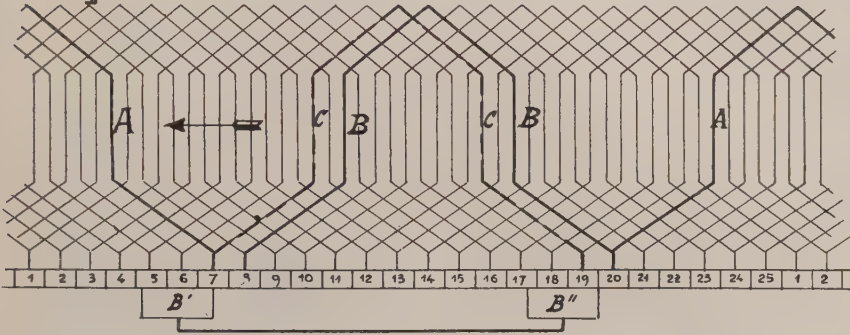


Fig.42

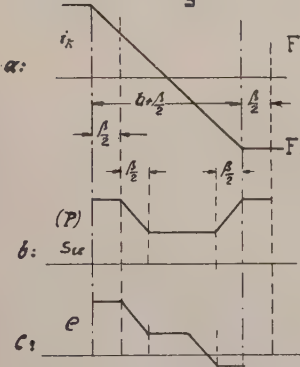
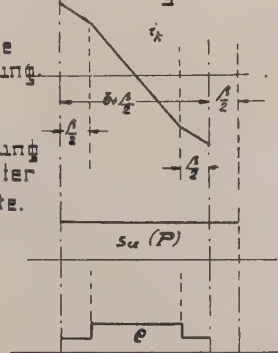


Fig.42 Geradlinige
Kommutierung.

Fig.43 Kommutierung
bei konstanter
Stromdichte.

Fig.43.



B: P_y bei den verschiedenen

Wicklungsarten ohne Rücksicht auf gegens. Induktion.

$$p = \alpha$$

$$p = 2\alpha$$

$$p = 3\alpha$$

Fig.44a

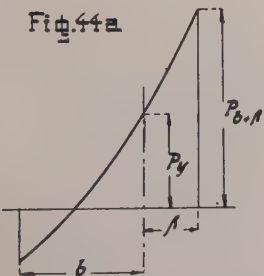


Fig.44b

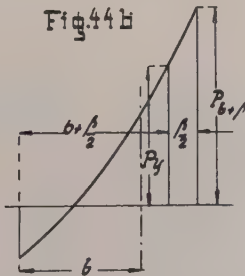
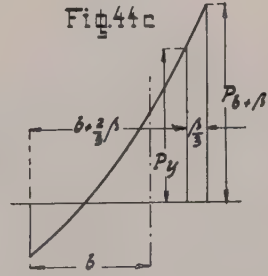


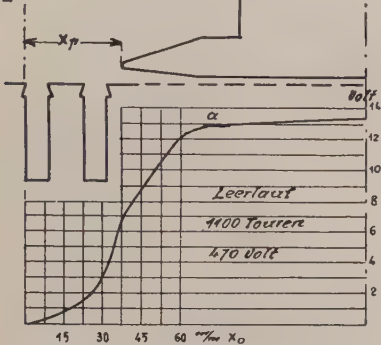
Fig.44c



Ermittlung praktischer Kommutierungsbedingungen.

an Masch IV (Type G) 12 Kw., 440 Volt, 1100 Touren.
Kohlen: H [hart].

Fig. 45 Pohlshuh- u. Feldform.



Kommutierungsgrenzen für
4 polige Maschinen Type G,

Reihenwicklung 4 Bürstenbolzen
4 Leiter pro Nut, Kohlen sorte H.

Fig. 48 Maximal zulässige Bürstenverschiebungen bei Leerlauf.

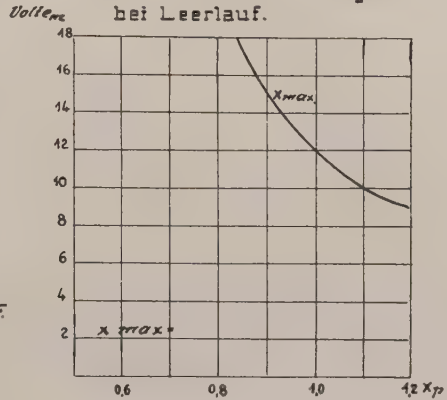


Fig. 46 Zulässige Bürstenverschiebung bei Leerlauf.

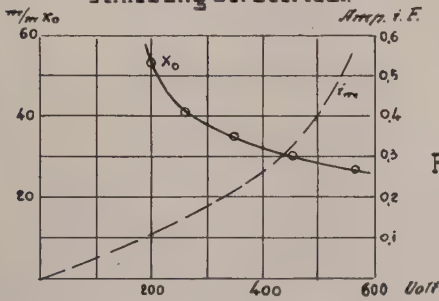
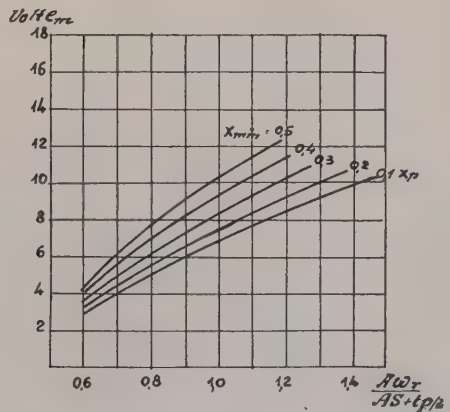
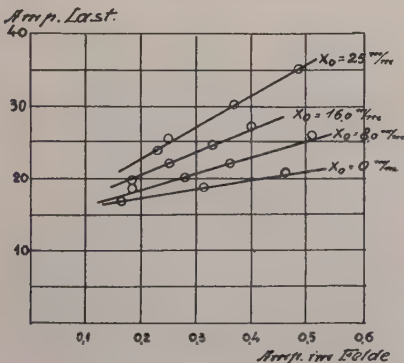


Fig. 49 Minimal nötige Bürstenverschiebungen bei Belastung.

$e_{\text{re}} < 0,4 \text{ Volt}$
 $\text{Sum.} < 5 \text{ Ampere/Arm.}^2$

Fig. 47 Nötiges x_0 bei Last.

Kommutierung von Wechselstrom.

Fig. 50 Umladung mit 2 unabhängigen Wicklungen.

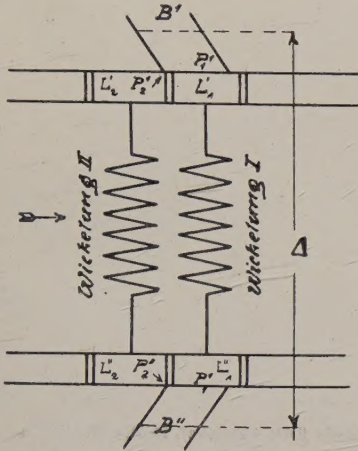
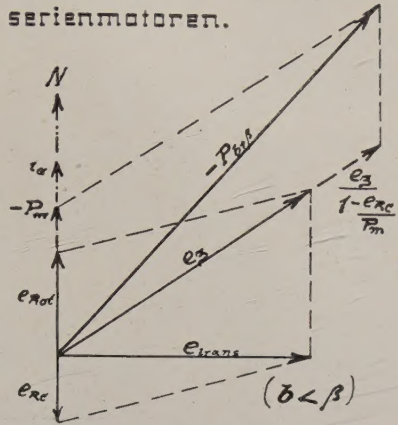


Fig. 51 Diagramme der Ablaufspannung bei Wechselstromserienmotoren.



Geradlinige Kommutierung

bei Wechselstromserienmotoren.

Fig. 52

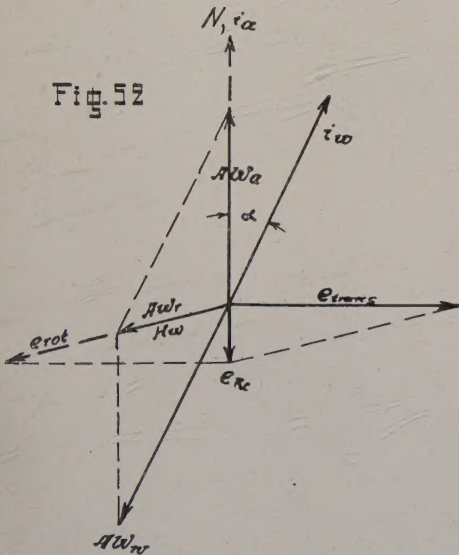


Fig. 53

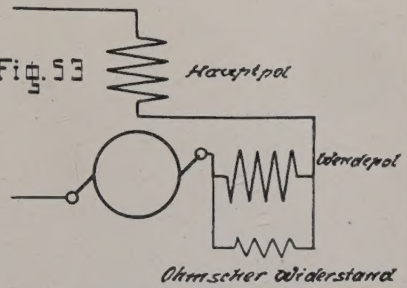
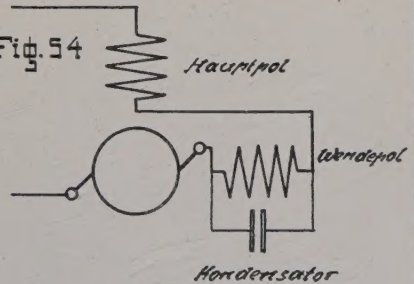


Fig. 54



Universitäts-Buchdruckerei von Gustav Schade (Otto Francke), Berlin N.

